

SUJET DE MISE À NIVEAU : MATHÉMATIQUES Niveau : 1ereD

Prof : M. Konan David

EXERCICE 1

On donne la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 1}$ et (Cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O, I, J) .

PARTIE B

1. Détermine l'ensemble de définition de f .
2. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1}^< f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1}^> f(x)$ et interprète graphiquement ces résultats.
4. a. Écris f sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$, où a et b sont des nombres réels non nuls.
b. Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 6$ est une asymptote oblique à la courbe (Cf) en $+\infty$ et $-\infty$.
c. Étudie les positions relatives de (Cf) et (D) .
5. a. Démontre que $\forall x \in Df$, la dérivée $f'(x) = \frac{Q(x)}{(x-1)^2}$.
b. Déduis-en le sens de variation de f sur Df .
c. Dresse le tableau de variation de f .
6. Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (Cf) au point d'abscisse 2.
7. Démontre que le point $A(1 ; 5)$ est un centre de symétrie à la courbe (Cf) .

EXERCICE 2

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2 \end{cases}$$

1. Calcule u_1, u_2, u_3 et u_4 .
2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie pour tout nombre entier naturel n par : $v_n = u_n - 8$.
a. Calcule v_1, v_2, v_3 et v_4 .
b. Démontre que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera sa raison.
c. Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
3. a. Exprime u_n en fonction de v_n .
b. Déduis-en l'expression de u_n en fonction de n .

EXERCICE 3

Pendant les vacances scolaires, un élève de la classe de terminale a trouvé un emploi. Son patron lui a promis une rémunération de 10.000 F par semaine. Constatant que l'élève a bien travaillé la première semaine, le patron lui a donné 10.000F et lui a proposé une augmentation de sa rémunération. Il lui a demandé de choisir entre deux options.

Option A : une augmentation fixe de la rémunération de 2.000 F chaque semaine.

Option B : une augmentation de 3% de la rémunération hebdomadaire.

Il a choisi l'**option A** et a travaillé pendant trois mois de vacance.

Pendant l'année scolaire suivante, il explique cela à ses camarades de classe.

Sa voisine dit alors que l'option B lui aurait permis de gagner plus d'argent. Yao, un autre élève de la classe n'est pas du même avis.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématique, dis lequel des deux a raison.