

Lycée de Wona

Année scolaire 2021-2022

Professeur : M KABRE

Durée : 3h

Classe : Première D

Date : 04-12-2021

Epreuve n°2 de Mathématiques

Questions indépendantes (11pts)

- 1) On considère le polynôme $f(x) = 20x^3 - 5x^2 - 3x + 2$ admettant trois racines a,b,c
.Sans calculer ses racines, déterminer $S=a+b+c$, $P=abc$, $K = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$,
 $T=(a+b+c)^2$, $J=a^2+b^2+c^2$, $Y = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ (3pts)
- 2) Déterminer un polynôme de degré 3 tel que pour toute valeur de x on ait :
 $P(x - 1) - P(x) = x^2$ (2pts)
- 3) On considère le polynôme $p(x) = 2x^2 - 3x - 7$; ce polynôme possède deux racines a et b
Sans calculer ces racines, déterminer les nombres $S = a + b$; $P = ab$; $C = a^2 + b^2$
et $D = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$. (2pts)
- 4) Soit $f(x) = 8x^3 - 4\sqrt{3}x^2 - 2x + \sqrt{3}$, calculer $f(\frac{1}{2})$ puis factoriser f . (2pts)
- 5) On considère le trinôme $p(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Déterminer une condition portant
sur les réels a ; b et c pour que p ait deux racines opposées (1pt)
- 6) Soit $f(x) = -5x^3 + 7x^2 - 3x + 18$ Calculer $f(2)$ et Factoriser f en utilisant la
méthode de la division euclidienne (1pt)

Exercice 1 (5pts)

Soient $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$, $x \mapsto \frac{x-1}{1-2x}$ et $g: \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}^*$, $x \mapsto \frac{1}{2x+1}$

- 1) Démontrer que f et g sont des applications bijectives puis déterminer leurs bijections
réciproques. (2pts)
- 2) Déterminer le domaine de définition de $g \circ f$ et expliciter son expression. (1pt)
- 3) Démontrer que $g \circ f$ est une application bijective et déterminer sa bijection réciproque. En
déduire que $f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$ (2pts)

Exercice 2 (4pts)

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $x^2 - 5x + 4 = 0$ (0,5pt)
- 2) On considère le polynôme $p(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1$.
a) Démontrer que pour tout réel x non nul, on a :
$$p(x) = x^2 \left[\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5 \left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 \right]$$
 (0,5pt)
b) Résoudre l'équation $p(x) = 0$. (1pt)
- 3) factoriser $p(x)$ puis résoudre l'inéquation $p(x) \geq 0$ (1,5pts)
- 4) déterminer le domaine de définition de la fonction rationnelle $q(x) = \frac{5x+3}{p(x)}$ (0,5pt).

