Lycée de Wona	**Année scolaire 2021-2022**
Professeur : M KABRE	**Durée : 3h30**
Classe : Première D	**Date : 03-03-2022**

Epreuve n°4 de Mathématiques

Exercice 1 (4pts)

On considère l'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 1 - sinx$

1) a) Calculer les images des réels suivants : $-\pi; \frac{-\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}; \pi \; par \; f$. **(2,5pts)**
   b) en déduire que f n'est pas injective.**(0,5pt)**

2) on admet que pour tout réel x , $-1 \leq sinx \leq 1$.

   a) déterminer le sous ensemble J de $\mathbb{R}$ tel que f soit surjective de $\mathbb{R}$ vers J .**(0,5pt)**

   b) montrer que f n'est toujours pas injective de $\mathbb{R}$ vers J.**(0,5pt)**

Exercice 2 (4pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$; puis dans $[0; \pi]$ l'équation $\sin(3x) = -\sin(2x)$ (1) **(1pt)**
2) a) démontrer que $\sin(3x) = sinx(4cos^2x - 1)$. **(1pt)**
   b) en déduire que l'équation (1) est équivalente à : $sinx(4cos^2x + 2cosx - 1) = 0$. **(0,5pt)**
   c) parmi les solutions de l'équation (1) sur l'intervalle $[0; \pi]$, préciser celles qui sont solutions de l'équation : $4cos^2x + 2cosx - 1 = 0$ **(0,5pt)**

3) on pose $X = cosx$

   a) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4X^2 + 2X - 1 = 0$ **(0,5pt)**

   b) en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \; et \; \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$.**(0,5pt)**

Exercice 3 (4pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants par la méthode du pivot de Gauss **(2pts)**

$$S_1: \begin{cases} x - 5y - 7z = 3 \; (L_1) \\ 5x + 3y + z = 3 \; (L_2) \\ 3x + y - 2z = -1 \; (L_3) \end{cases} \qquad S_2: \begin{cases} x + y + z = 3 \; (L1) \\ x - y + 2z = 2 \; (L2) \\ x - 2y - z = -2 \; (L3) \end{cases}$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations irrationnelles suivantes **(2pts)**

$$(E_1): \sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x+5} \qquad (I_1): \sqrt{x-1} \geq 3 - x$$

Exercice 4 (4pts)

1) Soit ABC un triangle on pose $AB = c = \sqrt{5}\,; AC = b = \sqrt{2}\ et\ BC = a = 3$ calculer la mesure de l'angle $\hat{C}$ **(1pt)**

2) Soit ABC un triangle et $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit du triangle ABC de rayon R=1 et de centre O. on pose $AB = c\,; AC = b = \sqrt{3}\ \ BC = a = \sqrt{2}$ calculer la mesure des angles $\hat{A}$; $\hat{B}$ et $\hat{C}$. **(3pts)**

3) Soit ABC un triangle ; $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit du triangle ABC de rayon R et de centre O. En posant $AB = c\,; AC = b;\ \ BC = a$: montrer que : $\frac{a}{sin\hat{A}} = 2R$ **(1pt)**

Exercice 5 (4pts)

Le plan est muni du repère orthonormé direct (O, I, J)

1) On veut construire l'ensemble E des points $M_\alpha(2\cos\alpha\,; 2sin\alpha)$ lorsque α décrit l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.
   a) Vérifier que E est contenu dans un cercle de centre O ; préciser son rayon. **(1pt)**
   b) Construire l'ensemble E.**(1pt)**
2) On considère le point $N_\alpha(2\cos\alpha - 3; 2sin\alpha + 1)$ où α est un élément de $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.
   a) Vérifier que N_α est l'image de M_α par une translation ; préciser son vecteur. **.(1pt)**
   b) Construire l'ensemble F des points N_α lorsque α décrit l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. **.(1pt)**

FIN