DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

CAP RÉUSSITE

Cours à domicile

Niveau : 1ère D

Durée : 02H00

Année scolaire : 2025 – 2026

Nom de l'élève : .....

Professeur : Aristide KOSSONOU

Cette épreuve comporte deux pages. L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Recopie sur ta feuille de copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous et fais-le suivre par V si l'affirmation est vraie ou F si l'affirmation est fausse, suivant l'exemple : *5-F*
Soit le polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ et Δ son discriminant.

1. Si $\Delta < 0$, alors le polynôme P n'admet pas de signe.
2. Si $\Delta > 0$, alors le polynôme P est du signe de a à l'extérieur des racines.
3. Si $\Delta = 0$, alors le polynôme est du signe de a partout.
4. La forme canonique du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ est $a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations contenues dans les tableaux ci-dessous, une seule des réponses proposées est juste. Recopie le numéro de la ligne suivi de la lettre de la réponse juste.

1. Si l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux racines x_1 et x_2, alors la forme factorisée du polynôme $ax^2 + bx + c$ est :

	a	b	c	d
	$(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x + x_1)(x + x_2)$	$a(x - x_0)^2$

2. Dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$; si $\Delta > 0$:

	a	b	c	d
	il existe deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{a}$, $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{a}$	il existe deux solutions : $x_1 = \dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	il existe une seule solution : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$	il existe deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

3. L'équation $(E) : (3x^2 - 12x + 12)(x - 2) = 0$ admet :

	a	b	c	d
	aucune solution	une solution	deux solutions	trois solutions

4. L'inéquation $x^2 - 5x - 6 < 0$ a comme ensemble de solution :

	a	b	c	d
	$\varnothing$	$]-6\,;1[$	$]-1\,;6[$	$]-\infty\,;-1[\cup]6\,;+\infty[$

EXERCICE 3 (4 points)

1. Trouve deux nombres entiers consécutifs sachant que la somme de leurs carrés est 2813.
2. Détermine deux nombres dont la somme $S = 27$ et leur produit $P = 50$.
3. Détermine deux nombres réels x_1 et x_2 sachant que $x_1 + x_2 = -1$ et $x_1 \times x_2 = -90$.
4. Trouve une équation du second degré ayant pour racines $x_1 = 2$ et $x_2 = -3$.

EXERCICE 4 (6 points)

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2$.

1. Montre que 1 et -1 sont des racines du polynôme P.
2. En déduire une factorisation complète de $P(x)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$.
4. Résoudre l'équation bicarrée suivante : $x^4 + x^2 - 6 = 0$.

EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise fabrique x dizaines d'objets par jour, avec x compris entre 0 et 50. Son bénéfice, exprimé en centaines d'euros, pour x dizaines d'objets fabriqués est :

$$B(x) = -2x^2 + 12x - 10.$$

Le Directeur aimerait connaître la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable, c'est-à-dire pour laquelle le bénéfice est positif. Il te sollicite.

À l'aide d'une argumentation basée sur les connaissances mathématiques, détermine la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable.