COURS DE RENFORCEMENT N°2 DE MATHS 1ère D : Dénombrement

Exercice 1

Une seule réponse proposée est correcte. Ecris le numéro de la proposition suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple** : 5 – C.

N°	Propositions	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1	Soient A et B deux ensembles finis. A × B est l'ensemble des	couples (b, a) tels que $a \in \mathrm{A}$ et $b \in \mathrm{B}$	paires $\{a, b\}$ tels que $a \in \mathrm{A}$ et $b \in \mathrm{B}$	couples (a, b) tels que $a \in \mathrm{A}$ et $b \in \mathrm{B}$
2	Soient A et B deux ensembles finis tels que : $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \emptyset$	$\mathrm{card}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{card}(\mathrm{A}) - \mathrm{card}(\mathrm{B}) + \mathrm{card}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$	$\mathrm{card}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{card}(\mathrm{A}) + \mathrm{card}(\mathrm{B})$	$\mathrm{card}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \mathrm{card}(\mathrm{A}) - \mathrm{card}(\mathrm{B})$
3	Un 6 − uplet d'unensemble fini E est	ensemble de E^6	un élément de $\mathrm{E} \times \mathrm{E} \times \mathrm{E} \times \mathrm{E} \times \mathrm{E}$	un élément de E^5
4	Soit A un ensemble fini et $\overline{\mathrm{A}}$ son complémentaire dans un ensemble fini E, alors :	$\mathrm{card}(\mathrm{A}) + \mathrm{card}(\overline{\mathrm{A}}) = \mathrm{card}(\mathrm{E})$	$\mathrm{card}(\mathrm{A}) - \mathrm{card}(\overline{\mathrm{A}}) = \mathrm{card}(\mathrm{E})$	$\mathrm{card}(\overline{\mathrm{A}}) = \mathrm{card}(\mathrm{E}) + \mathrm{card}(\mathrm{A})$

Exercice 2

Soient *p* et *n* deux entiers naturels. On tire p éléments d'un ensemble à *n* éléments.
Recopie puis complète le tableau en utilisant, les mots ; groupe de mots ou formule ci – dessous :
un p – uplet ; n'intervient pas ; intervient ; un arrangement ; une combinaison ; C_n^p; A_n^p et n^p.

Nature du tirage	Tirage simultané	Tirage successivement avec remise	Tirage successivement sans remise
Un tirage possible	………………………………	………………………………	………………………………
L'ordre	………………………………	………………………………	………………………………
Nombre de tirages possibles	………………………………	………………………………	………………………………

Exercice 3

Les codes informatiques de l'entreprise OMEGA sont constitués de trois chiffres distincts suivis d'une lettre de l'alphabet.
Deux exemples de codes : 245A et 018Q.
Démontre que le nombre de codes possibles est : 18720.

Exercice 4

Les codes de navigation dans un cyber café sont composés exactement de 5 caractères : 4 chiffres et une lettre de l'alphabet français.

__Exemples__ : 47A98 ; 0565C.

1) Trouve le nombre de codes terminées par une lettre.
2) Trouve le nombre de codes terminés par une lettre et dont les chiffres sont deux à deux distincts.

Exercice 5

Résous dans ℕ les équations suivantes :

1) $A_n^3 = 90n\ ; n \geq 3$ 2) $C_n^5 = C_n^7 ; n \geq 7$.

Exercice 6

Une urne contient 3 boules marquées L, A et C. On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne.
On obtient un « mot » de lettres qui a un sens ou non.

1) Combien de « mots » peut – on former ?
2) Détermine le nombre de « mots » dans les cas suivants :
   A l'événement : « le mot ne contient que des consonnes »
   B l'événement: « le mot se termine par une voyelle ».

Exercice 7

Au terme d'une compétition interne, l'entraîneur d'un club de judo a sélectionné :

- 7 filles dont 3 cadettes et 4 juniors
- 13 garçons dont 5 cadets et 8 juniors.

L'entraîneur choisit ensuite au hasard parmi ces sélectionnés 5 athlètes pour former une équipe devant participer à une compétition nationale.

1) Justifier que le nombre d'équipes qu'il peut former est égal à 15504.
2) Déterminer le nombre de façon de former une équipe constituée d'athlètes de même sexe.
3) Déterminer le nombre de façon de former une équipe qui ne comporte que des juniors.
4) Justifier qu'il y – a 2 040 façons de former une équipe qui comporte exactement deux cadettes.

Exercice 8

Une urne contient 7 boules indiscernables au toucher : 4 vertes et 3 rouges.

On tire successivement avec remise 3 boules de l'urne en notant à chaque tirage les caractéristiques de la boule obtenue.

1) Trouve le nombre total de résultats possibles.
2) Trouve le nombre total de résultats ayant exactement une boule verte.
3) Trouve le nombre total de résultats ayant au moins une boule verte.

Exercice 9

Une classe de 1ère D comprend 20filles et 15 garçons. Pour participer au concours de génie en herbes, on veut former une équipe de 5 élèves.

1) Combien d'équipes peut – on former ?
2) Détermine le nombre d'équipes comportant :
   a – Exactement trois filles ;
   b – Aucun garçon ;
   c – Au moins un garçon.

Exercice 10

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré.

Calcule le cardinal des événements suivants :
A l'événement : « de ne tirer que 3 jetons verts »
B l'événement : « de ne tirer aucun jeton vert »
C l'événement : « de tirer au plus 2 jetons verts ».
D l'événement : « tirer exactement 1 jeton vert »

2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac.

Reprends la question1).

Exercice 11

Une urne contient 5 boules blanches B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 ; 3 boules noires N_1, N_2, N_3 et 2 boules rouges R_1 , R_2 toutes indiscernables au toucher.

1ère épreuve : *On tire simultanément 3 boules de l'urne.*

Calcule le cardinal des événements suivants :
A : « obtenir un tirage unicolore »
B : « obtenir des boules de couleurs différents »
C : « obtenir exactement deux boules blanches »
D : « obtenir exactement deux boules de même couleurs »
E : « ne pas obtenir de boules noires »

2ème épreuve : *On tire successivement, sans remise, 3 boules de l'urne.*

Calcule le cardinal des événements suivants :
F : « obtenir un tirage unicolore »
G : « Obtenir deux boules blanches suivie d'une rouge »
H : « obtenir deux boules blanches et une boule rouge».

Exercice 12

Un jeune agriculteur possède dans sa basse – cour 15 volailles dont 7 coquelets, 2 canards et 6 pintades. Pour les fêtes de fin d'année, il décide de choisir au hasard une volaille qu'il consommera pour la fête de Noël, une autre pour le 31 Décembre et enfin une dernière pour le 1er Janvier.

1) Justifier qu'il y a 2730 façons pour lui de choisir ces trois volailles pour les fêtes.
2) Justifier qu'il y a 1176 façons de choisir un seul coquelet pour les fêtes.
3) Calculer le cardinal des événements suivants :

   A : l'événement «les trois volailles consommées pour les fêtes sont de la même espèce » et B : l'événement « il a consommé un canard le jour de Noël, une pintade le 31 Décembre et un coquelet le 1er Janvier. »

Exercice 13

Une urne contient cinq boules blanches et trois boules rouges indiscernables au toucher.

1) On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.
   a) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
   b) Combien y-a-t-il de tirages possibles d'obtenir trois boules rouges ?
   c) Combien y-a-t-il de tirages possibles d'obtenir deux boules rouges ?
2) Reprendre les mêmes questions en supposant que les trois boules sont tirées simultanément.

Exercice 14

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher : 5 vertes, 2 oranges et 1 blanche.
On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne en notant à chaque tirage les caractéristiques de la boule.

1) Détermine le nombre total de tirage possible.
2) Détermine le nombre de tirages possibles dans les cas suivants :

A : « de ne pas obtenir de boules vertes »

B : « d'obtenir exactement une boule verte »

C : « d'obtenir 2 boules vertes »

D : « d'obtenir 3 boules vertes »

E : « d'obtenir des boules de couleurs différentes ».

Exercice 16

On considère le polynôme $\mathrm{P}(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$.

1) Démontre que -2 est un zéro de $\mathrm{P}(x)$.
2) Détermine les nombres réels tels que : $\mathrm{P}(x) = (x+2)\mathrm{Q}(x)$; avec $\mathrm{Q}(x) = ax^2 + bx + c$.
   où $(a \neq 0, b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R})$.
3) a - Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $\mathrm{Q}(x) = 0$.
   b - Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\mathrm{Q}(x) \geq 0$.
4) Déduis – en dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $\mathrm{P}(x) = 0$.
5) Etudie le signe de $\mathrm{P}(x)$ suivant les valeurs de x.
6) Soit le polynôme $\mathrm{h}(x) = \frac{3}{4}x^2 + x - 16$.

Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\mathrm{h(x)} \leq 0$.

7) En utilisant les réponses des questions 3b) et 6) ; résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

(I): $\sqrt{x^2 + 2x - 15} \leq \frac{1}{2}x + 1$.