

Composition du 1^{er} trimestre

Epreuve de Mathématiques

Calculatrice non autorisée

EXERCICE N°1 (09pts)

1) Ecrire A sous la forme de $a^p \times b^q \times c^r$ avec $(p; q; r) \in \mathbb{Z}^3$: $A = \frac{(a^{-3})^2 \times b^4 \times (-a^2b)^{-2} \times c}{(-ab^{-2})^{-1} \times a^3 \times b^2 \times (c^2b)^{-2}}$ (0,75pt)

2) Rendez rationnel le dénominateur des nombres suivants :

$$W = \frac{1}{-\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}} ; \quad Z = \frac{-1}{\sqrt{5} - 1 + \sqrt{2}}. \quad (0,75+0,75pts)$$

3) $\forall y \in \mathbb{R}^+$, comparer $y + 4$ et $\sqrt{y^2 + 16}$ (0,75pt)

4) $\forall z \in \mathbb{R}$, comparer :

a) $\sqrt{z^2 + 8z + 16}$ et $|z| + 4$ (1pt)

b) $2|z|$ et $\sqrt{z^2 + 2z + 1} + \sqrt{z^2 - 2z + 1}$ (1pt)

5) Choisir la bonne réponse :

Le système d'équation $\begin{cases} |-3 + x| \leq 2 \\ |x - 5| < 5 \end{cases}$ a pour solution :

a) $S = \emptyset$; b) $S = [2; 5]$; c) $S =]1; 2] \cup [5; 8[$; d) $S = [2; 5[$; e) pas de réponse. (0,5pt)

6) Réponde par "vrai" ou "faux" :

Soit la fonction u définie par $u(x) = \frac{-2x^2 - 3x + 32}{x + 5}$. Les réels a, b , et c sont tels que

$$u(x) = ax + b + \frac{c}{x + 5}. \text{ On obtient alors : } a = -2; \quad b = 7; \quad c = -3 \quad (0,5pt)$$

7) a) $e \in \mathbb{N}$, écrire sans radical au dénominateur l'expression : $\frac{1}{\sqrt{e+1} + \sqrt{e}}$ (0,5pt)

b) En déduire une expression simple de la somme : $\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{99}}$ (1pt)

8) a) Démontrer que pour tout $f \in \mathbb{N}^*$, on a : $1 - \frac{1}{f^2} = \frac{f-1}{f} \times \frac{f+1}{f}$ (0,5pt)

b) En déduire une expression simple du produit: $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{19^2}\right) \left(1 - \frac{1}{20^2}\right)$

(1pt)

EXERCICE N°2 (10,5pts)1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

a) $x - 3 = E(-2 - 3x)$; b) $E(y) + |y - 1| - y = 0$; c) $-2|-2z + 1| \geq 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$;

d) $-3 = -E\left(\frac{-1}{3w}\right)$; e) $\frac{1}{3} \leq |-x| \leq \frac{1}{2}$; f) $E(-1 + |r - 1|) = 7$;

g) $d(-3; 2x) = -x - 1$ h) $-2 \leq \left|1 - \frac{x}{3}\right|$; (1+1+0,5+0,5+0,75+1+0,75+0,5pts)

2) Ecrire de trois façons différentes :

a) $x \in]-1; 0[$; (0,75pt)

b) 2,1 est une approximation décimale d'un réel w à 1,1 près. (0,75pt)3) On donne les sous-ensemble A et B de \mathbb{R} tels que:

$$A = \left[\frac{1}{3}; +\infty[\quad \text{et} \quad B = \left\{ -\sqrt{2}; 7; -\pi; \sqrt{3}; 0; \frac{13}{3} \right\}$$

a) S'ils existent, donner deux (2) majorants et deux (2) minorants de A et B . (4×0,25pt)b) S'ils existent, donner : $Sup(A)$; $Inf(A)$; $Sup(B)$ et $Inf(B)$. (4×0,25pt)4) r , s et t sont des réels strictement positifs tel que : $r < s$.a) Comparer $\frac{r}{s}$ et $\frac{r+t}{s+t}$ (0,5pt)b) En déduire une comparaison de $\frac{5}{7}$ et $\frac{5+\sqrt{3}}{7+\sqrt{3}}$ (0,5pt)**EXERCICE N°3 (0,5pt)**

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

a) $i(x) = \frac{x^2 + 2\sqrt{x-1}}{E(x)-1}$; b) $m(x) = \sqrt{x - E(x)}$. (2×0,25pt)

fin