Fomesoutra.com
ça soutra!

Classe : **2nde C**
Matière : **Mathématiques**

Année Scolaire : **2024-2025**
Durée : **03h**

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE

Epreuve de Mathématiques

EXERCICE N°1 **(10pts)**

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $m(x) = \dfrac{x^2}{|x| + x}$; **b)** $n(x) = \sqrt{x^2 + |x| - 2}$; **c)** $r(x) = \sqrt{x - E(x)}$; ***(3×1pt)***

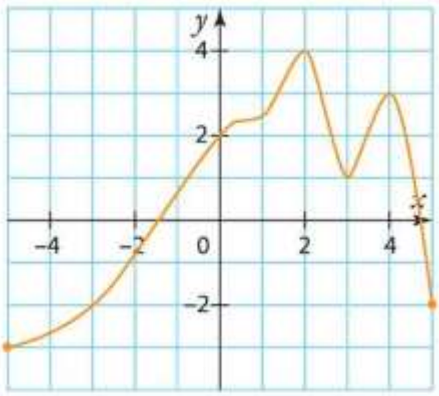
2) Soit a, b, c trois nombres réels où $a \neq 0$. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$f(x) = ax^2 + bx + c$ pour tout nombre réel $\mathbb{R}$. ***(2×0,5pt)***

a) Montrer que si a et c sont de signes opposés alors l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions.

b) Peut-on affirmer que si l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions alors a et c sont de signes opposés ? Justifier votre réponse.

3) Soit h une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre :



a) Déterminer le domaine de définition D_h de h. ***(0,25pt)***

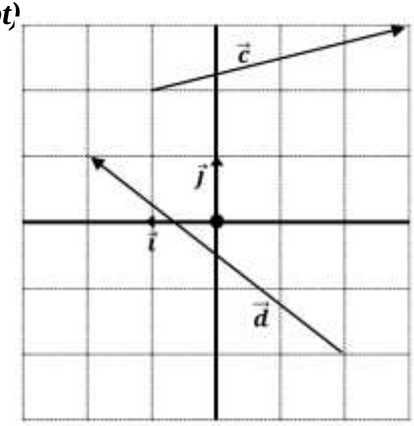
b) Déterminer graphiquement les images suivantes : $h(0)$, $h(2)$, $h\left(-\dfrac{3}{2}\right)$ et $h(-6)$. ***(4×0,25pt)***

c) Déterminer graphiquement le ou les antécédent(s) de : -3, -2 ***(2×0,25pt)***

4) $UVRT$ est un parallélogramme de centre K. Les points A, B, C et D sont les milieux respectifs de $[UV]$, $[VR]$, $[RT]$ et $[TU]$.
Déterminer les coordonnées des points C, K, A et B dans le repère $(U, \overrightarrow{UV}, \overrightarrow{UT})$. ***(4×0,25pt)***

5) Soit a, b, c trois nombres réels où $a \neq 0$ et $c \neq 0$. Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$ pour tout nombre réel x. On suppose que $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Démontrer que $x_1 = \dfrac{2c}{-b - \sqrt{\Delta}}$ et $x_2 = \dfrac{2c}{-b + \sqrt{\Delta}}$ sont les deux racines de g. ***(1pt)***

6) Soit la représentation ci-contre où $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ est une base orthonormée et $\vec{c}$ et $\vec{d}$ deux vecteurs dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.



a) Déterminez les coordonnées de $\vec{c}$ et $\vec{d}$ dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. ***(2×0,5pt)***

b) En déduire les coordonnées de du vecteur $\vec{m}$ dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ tel que $\vec{m} = \vec{c} + \vec{d}$. ***(0,25pt)***

c) Déterminer les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{c}\,;\vec{d})$. ***(1pt)***

7) On donne dans un repère $(O, \vec{t}, \vec{n})$ les points $J(-1\,;1)$ $K(0\,;3)$ et $L(2\,;-1)$.

On pose $\vec{r} = 2\overrightarrow{JK} - \overrightarrow{JL}$ et $\vec{s} = \overrightarrow{JK} + 2\overrightarrow{JL}$

a) Montrer que $(\vec{r}\,;\,\vec{s})$ est une base. ***(0,25pt)***

b) Déterminer les coordonnées de $\vec{t}$ et $\vec{n}$ dans la base $(\vec{r}\,;\,\vec{s})$ ***(2×0,5pt)***

8) Soit x et y deux réels appartenant à $]0\,;1[$

a) Justifier que $1 - x > 0$ et $1 - y > 0$. Quel est le signe de $(1-x)(1-y)$? ***(3×0,25pt)***

b) Développer $(1-x)(1-y)$. En déduire que $x + y - xy - 1 < 0$ ***(2×0,25pt)***

c) Déduire de **b)** que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 1 + \frac{1}{xy}$ ***(0,5pt)***

<u>EXERCICE N°2</u> (04pt)

Soit ABC un triangle. M, N et P sont les points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

1) Faire une figure. ***(1pt)***

2) Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{MP} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$. ***(2×0,5pt)***

Que peut-on dire des point M, N et P ? Justifier votre réponse par une démonstration. ***(0,5pt)***

3) Placer les points Q et R tels que $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ ***(2×0,25pt)***

Exprimer $\overrightarrow{QR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Que peut-on dire de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QR}$? ***(2×0,5pt)***

<u>EXERCICE N°3</u> (03pt)

RST est un triangle. G et I sont les points tels que :

$\overrightarrow{RG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{RS} + \left(a + \frac{5}{2}\right)\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{RI} = (a+2)\overrightarrow{RS} + \frac{3}{4}\overrightarrow{RT}$ où $a \in \mathbb{R}$. ***(0,75pt)***

1) Construire G et I lorsque $a = \frac{1}{4}$ ***(2×0,5pt)***

2) Démontrer que pour tout réel a, les vecteurs $\overrightarrow{GI}$ et $\overrightarrow{ST}$ sont colinéaires. ***(0,5pt)***

3) Dans chaque cas, dire pour quelle valeur de a on a :

- G et I confondus ***(0,25pt)***
- $STGI$, un parallélogramme ***(0,25pt)***
- $STIG$, un parallélogramme. ***(0,25pt)***