Classe : **2^nde C** Année Scolaire : **2023-2024**

Matière : **Mathématiques** Durée : **02h**

Devoir n°2 de mathématiques – Deuxième trimestre

EXERCICE N°1 *(Calculatrice non autorisée)*

I) Les questions 1) à 7) sont indépendantes.

1) Déterminer le domaine de définition des fonction suivantes :

a) $u(x) = \dfrac{\sqrt{-2x}}{-|x|-1}$; **b)** $m(x) = \dfrac{2}{x^4 - x^2}$; **c)** $k(x) = \sqrt{\dfrac{2}{x} - 1}$; **d)** $p(x) = \dfrac{-1}{-x + E(x)}$

2) Soit $(\vec{u}\ ;\ \vec{v})$ une base de $\mathbb{V}$. Soit les vecteurs $\vec{n} = -4\vec{u} + 3\vec{v}$ et $\vec{m}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{u}\ ;\ \vec{v})$.

a) Démonter que $(\vec{m}\ ;\ \vec{n})$ est une base de $\mathbb{V}$.

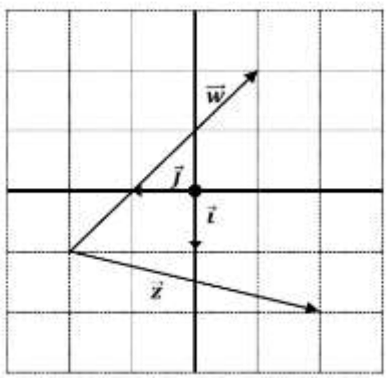
b) Soit $\vec{s}\begin{pmatrix}2\\-4\end{pmatrix}$ dans la base $(\vec{m}\ ;\ \vec{n})$. Déterminer les coordonnées de $\vec{s}$ dans la base $(\vec{u}\ ;\ \vec{v})$. On donne $c(x) = \dfrac{-2x^2 + x - 1}{-2 + x^2 - x}$. Etudier le signe de la fonction c sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3) Répondre par *‘‘**vraie**’’* ou *‘‘**fausse**’’* aux affirmations :

a) Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($avec\ a < 0$), un polynôme du 2nd degré admettant comme zéros γ et β avec $\gamma < \beta$. On a $P(x) \geq 0$ si et seulement si $x \in [\,\gamma\ ;\beta\,]$.

b) A, B et C sont trois points non alignés. Les points N et M sont tels que $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC}$.
Les droites (MC) et (BN) sont parallèles.

c) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{CF} = \vec{O}$



4) Soit la représentation ci-contre où $(\vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ est une base orthonormée et $\vec{w}$ et $\vec{z}$ deux vecteurs dans la base $(\vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

a) Déterminez les coordonnées de $\vec{w}$ et $\vec{z}$ dans la base $(\vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

b) En déduire les coordonnées de du vecteur $\vec{t}$ dans la base $(\vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$ tel que $\vec{t} = \vec{w} + \vec{z}$.

c) Déterminer les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{w}\ ;\ \vec{z})$.

5) On pose $M(x\ ;y)$ avec $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ et $M(-2\ ;\ -1)$. Déterminer l'ensemble des points M tel que $\left(\|\overrightarrow{ME}\|\right)^2 = x^2 + y^2$.

6) Soit t une fonction, donnez sous forme de diagramme le schéma fonctionnel de t sachant qu'on a la formule explicite $t(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{1 - \left|\dfrac{1}{x}\right|}} + 1$

II) Choisir la bonne réponse en écrivant uniquement le numéro de la question, suivie de la lettre qui correspond à la bonne réponse. (*Aucune justification n'est demandée***)**

1) Soit le polynôme $R(x) = -3x^3 - x^2 - 4x + 4$ et $K(x)$ un polynôme tel que $R(x) = (-3x + 2).K(x)$

a) $K(x) = x^2 + x + 2$; **b)** $K(x) = x^2 - 4$; **c)** $K(x) = -3x^2 + 4$; **d)** $aucune\ réponse$

2) Si $E = t_{\overrightarrow{MV}}(B)$ alors :

a) $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BV}$; **b)** $\overrightarrow{MV} + \overrightarrow{EV} = \overrightarrow{BV}$; **c)** $\overrightarrow{MV} + \overrightarrow{BE} = \vec{O}$; **d)** $BMEV\ est\ un\ parallélogramme$

3) $ABCD$ est un paralllogramme de centre I. M et N sont deux points tels que :
$\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$. On a donc :

a) $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$; **b)** $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{IC}$; **c)** $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = \vec{O}$; **d)** $aucune\ réponse$

EXERCICE N°2

Soit ABC un triangle et M, N et P les points tels que définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\ ;\quad \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ \text{ et }\ \overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{CB}$$

1) Faire une figure.

2) Exprimer :

a) Le vecteur $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

b) le vecteur $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

3) Déduire alors que les points M, N et P sont alignés.

4) Soit I, J et K les milieux respectifs $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. Soit M' le symétrique de M par rapport à J, N' le symétrique de N par rapport à K et P' le symétrique de P par rapport à I.

a) Exprimer $\overrightarrow{M'N'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

b) Exprimer $\overrightarrow{M'P'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.

5) En déduire que les points M', N', et P' sont alignés.

EXERCICE N°3

Soit un parallélogramme $ABCD$. Le point I est le milieu de $[BC]$, le point E définie par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et le point A' est le milieu de $[AC]$.

1) Construire les points I, A' et E.

2) Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$.

3) Montrer que $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

4) En déduire que les points D, E et I sont alignés.

5) Construire les points T et H tels que : $\overrightarrow{AT} = 4\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH} = 3\overrightarrow{BC}$.

6) Montrer que les droites (TH) et (BA') sont parallèles.