Classe : **2nde C**
Matière : **Mathématiques**

Année Scolaire : **2024-2025**
Durée : **2h30**

Devoir n°1 de Mathématiques – Troisième trimestre

Présentation : 0,75pt. *Les calculatrices ne sont pas autorisées*

EXERCICE N°1 **(00,75pt)**

Déterminer dans ℝ les solutions de l'équation : $x^{x+5} = 1$ ***(0,75pt)***

EXERCICE N°2 **(10pts)**

1) Résoudre les systèmes (S_1): $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \\ x + y = 3 \end{cases}$ et (S_2): $\begin{cases} \dfrac{6}{x-1} + \dfrac{9}{y-2} = 2 \\ \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{4}{y-2} = 0 \end{cases}$ ***(1+1pts)***

2) Soit les points $P(2\,;\,-5)$ et $R(-1\,;-2)$ dans le repère $(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ du plan.

a) Déterminer les coordonnées du point P dans le repère $(O, -2\vec{\imath},\ 3\vec{\jmath})$. ***(0,5pt)***

b) Déterminer les coordonnées du point R dans le repère $(P,\ 3\vec{\imath},\ -\vec{\jmath})$. ***(0,5pt)***

3) u est une fonction paire sur l'intervalle $[-4\,;4]$.

Le tableau suivant est le tableau de variation de u sur $[-4\,;0]$.

Donner le tableau de variation de u sur $[0\,;4]$. ***(0,75pt)***

x	-4		-3		-1		0
$u(x)$	-2	↗	3	↘	1	↗	$\frac{7}{2}$

4) k est une fonction impaire sur l'intervalle $[-7\,;7]$.
On donne ci – contre le tableau de variation de k sur $[0\,;7]$.

Donner le tableau de variation de k sur $[-7\,;0]$. ***(0,75pt)***

x	0		1		2		7
$k(x)$	0	↗	2	↘	1	↗	5

5) Soit g une fonction définie sur l'intervalle $[-2\,;5]$.
On donne les informations suivantes : ***a)*** g est croissante sur $[-2\,;0]$; ***b)*** g est décroissante sur $[0\,;2]$; ***c)*** g est constante sur $[2\,;5]$; ***d)*** l'image de 0 par g est 4 ; ***e)*** -2 et 5 sont les antécedents de 2 ; ***f)*** le maximum de g sur $[-2\,;5]$ est 4.

Dresser le tableau de variation de g sur $[-2\,;5]$. ***(0,75pt)***

6) Répondre par *''**vrai**''* ou *''**faux**''* :

a) La fonction v définie par $v(x) = \dfrac{-1}{x^2 + |x|}$ n'est pas une fonction paire. ***(0,5pt)***

b) Le système d'équation (S_3): $\begin{cases} \dfrac{5}{2} + 2y = -x \\ 2y - 1 + x = 0 \end{cases}$ admet une infinité de solutions. ***(0,5pt)***

c) Le système d'équation (S_4): $\begin{cases} \sqrt{2}x - 3\sqrt{3}y = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ -\sqrt{3}x + 2\sqrt{2}y = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$ a pour solution $S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \left\{\left(-1\,;-\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)\right\}$ ***(0,75pt)***

7) Soit s la fonction définie par : $s(x) = \dfrac{-x}{x+4}$. On note (C_s) la courbe représentative de s dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et $B(-4\,;-1)$ un point. Mettre $s(x)$ sous la forme $s(x) = a + \dfrac{b}{x+4}$ et donner une équation de (C_s) dans repère $(B,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ ***(1pt)***

8) Soit la fonction p de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $p(x) = x^2 - 4x + 3$. On note (C_p) la courbe représentative de p dans le repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et $R(2\,;-1)$ un point.

Donner une équation de (C_p) dans repère $(R,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath})$ et en déduire que la droite $(D) : x = 2$ est un axe de symétrie de (C_p). ***(0,75+0,25pt)***

<u>EXERCICE N°3</u> (03,5pt)

Soit un parallélogramme $ABCD$. Le point I est le milieu de $[BC]$, le point E définie par $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et le point A' est le milieu de $[AC]$.

1) Construire les points $I,\ A'$ et E. ***(0,75pt)***

2) Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$. ***(0,75pt)***

3) Montrer que $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$. ***(0,75pt)***

4) En déduire que les points $D,\ E$ et I sont alignés. ***(0,25pt)***

5) Construire les points T et H tels que : $\overrightarrow{AT} = 4\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BH} = 3\overrightarrow{BC}$. ***(0,25+0,25pt)***

6) Montrer que les droites (TH) et (BA') sont parallèles. ***(0,5pt)***

<u>EXERCICE N°4</u> (06pts)

On considère la fonction $t(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$.

1) Quel est le domaine de définition D_t de t ? ***(0,5pt)***

2) **a)** Montrer que pour tout réel x, $-x^2 + 3x - 2 = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$. ***(0,5pt)***

b) Déduire une factorisation de $-x^2 + 3x - 2$ ***(0,5pt)***

3) **a)** En utilisant l'écriture $t(x) = \sqrt{\frac{1}{4} - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2}$, montrer que :

i) $t(a) < t(b)$ si $a < b \leq \frac{3}{2}$; ***(0,5pt)***

ii) $t(a) > t(b)$ si $\frac{3}{2} \leq a < b$. ***(0,5pt)***

b) Déduire le sens de variation de t sur $\left[1\,;\frac{3}{2}\right]$ et sur $\left[\frac{3}{2}\,;2\right]$. ***(0,25+0,25pt)***

c) Dresser le tableau de variation de t. ***(0,5pt)***

4) On donne le point $M\left(\frac{3}{2}\ ;\ \frac{1}{4}\right)$. Déterminer, dans le repère orthonormé $(M, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan, une équation de (C_g) la courbe représentative de g tel que $g(x) = -x^2 + 3x - 2$. ***(0,75pt)***

5) **a)** Montrer que pour tout $x \in D_t$, on a $0 \leq t(x) \leq \frac{1}{2}$ ***(0,75pt)***

b) En déduire les extremums de t sur D_t. ***(0,5pt)***

6) Tracer (C_t) courbe représentative de t dans un repère orthonormal du plan. ***(0,5pt)***