

## MATHEMATIQUES

Date de composition : 10/10/2024

Durée : 2H

NIVEAU : 2nd C

CE MATHÉMATIQUES

### DEVOIR DE NIVEAU

**NB : la présentation, la lisibilité, l'orthographe, la grammaire, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront dans l'appréciation des copies.**

#### EXERCICE : 1 (2 points)

Réponds aux affirmations suivantes par vrai ou faux en donnant ta réponse sous la forme **5-Vrai**

1. Soit  $ABC$  un triangle,  $M$  et  $N$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$  et  $[AC]$ , alors  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
2. Soit  $E, F$  et  $G$  trois points du plan tels que  $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GF} = \vec{0}$ , alors le point  $F$  n'est pas le milieu du segment  $[EG]$
3.  $ABCD$  est un carré de centre  $O, I$  le milieu du côté  $[AD]$  et  $O'$  le symétrique du point  $O$  par rapport au point  $I$ , alors les coordonnées du point  $O'$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$  sont  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$
4. Soit  $IJK$  un triangle équilatéral, alors  $(\overrightarrow{IJ}; \overrightarrow{IK})$  est une base orthonormée.

#### EXERCICE : 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, une seule réponse est juste.

Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSE A	REPONSE B	REPONSE C
1	$M, N$ et $P$ sont trois du plan tels que $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MP}$ , avec $k$ un réel non nul négatif alors	Les points $M, N$ et $P$ sont non alignés	Les points $M, N$ et $P$ sont alignés	Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ ont le même sens.
2	$(\vec{i}; \vec{j})$ et $(\vec{u}; \vec{v})$ sont deux bases $V$ telles que $\vec{j} = \frac{7}{6}\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ . Les coordonnées de $\vec{i}$ dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$ sont	$(-\frac{4}{3}; 1)$	$(\frac{4}{3}; -1)$	$(1; -\frac{4}{3})$
3	On donne $\overrightarrow{MP} = -4\overrightarrow{MN}$ , alors pour tout $N$ ,	$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{PN}$	$\overrightarrow{NM} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{NP}$	$\overrightarrow{MN} + \frac{1}{5}\overrightarrow{PN} = \vec{0}$
4	Dans une base orthonormée, on donne $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} = -\frac{\sqrt{5}}{2}\overrightarrow{EF}$ , alors	$\ \overrightarrow{AB}\  = 2$	$\ \overrightarrow{AB}\  = \sqrt{5}$	$\ \overrightarrow{AB}\  = \frac{\sqrt{5}}{2}$

#### EXERCICE : 3 (5,5 points)

Soit  $ABC$  un triangle et  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .

1. Construis le point  $N$  tel que  $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
2. Soit le point  $P$  tel que  $3\overrightarrow{BP} + 2\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ 
  - a) Démontre que  $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$
  - b) Construis le point  $P$
3. a) Démontre que  $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ 
  - b) Démontre que  $5\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AN}$
  - c) Dédus-en que les points  $A, P$  et  $N$  sont alignés.
4. a) Justifie que  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$  est une base du plan vectoriel  $V$ .
  - b) Détermine les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AN}$  et  $\overrightarrow{AP}$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ .
  - c) Dédus-en le résultat de la question 3. b)

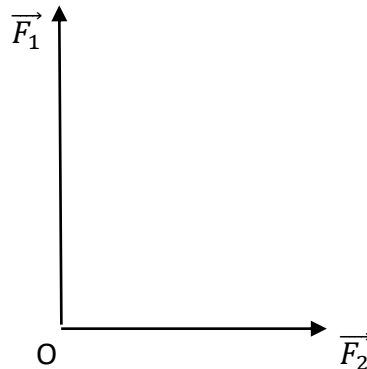
#### **EXERCICE : 4 (5, 5 Points)**

Le plan vectoriel  $V$  est muni de la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ .

1. Calcule  $\det(\vec{i}; \vec{j})$ ,  $\det(\vec{i} - \vec{j}; \vec{i} + 2\vec{j})$
2. Soit  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$  deux vecteurs quelconques et  $\alpha$  un nombre réel non nul.
  - a) Calcule  $\det(\vec{v}; \vec{u})$  et  $\det(\vec{u}; \vec{v})$
  - b) Que peut-on conclure ?
3. Calcule  $\det(\alpha\vec{u}; \vec{v})$  en fonction de  $\det(\vec{u}; \vec{v})$ .
4. Soit  $\vec{w} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , démontre que  $\det(\vec{w}; \vec{u} + \vec{v}) = \det(\vec{w}; \vec{u}) + \det(\vec{w}; \vec{v})$

#### **EXERCICE : 5 (5 Points)**

Lors d'une expérience, un chercheur soumet un solide à trois forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$  telles que :  $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$  (voir figure)



Les résultats de l'expérience indiquent que :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$  ;  $\|\vec{F}_1\| = 4\sqrt{3} \text{ N}$  et  $\|\vec{F}_2\| = 4 \text{ N}$ .

Il désigne par  $\beta$  l'angle de degré déterminé par les forces  $\vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$ .

Le chercheur estime que l'expérience est réussie si  $\|\vec{F}_3\| > 7 \text{ N}$  et  $140^\circ < \beta < 160^\circ$ .

AMIE une élève en classe de 2<sup>nd</sup> C au collège le Figuier de Cocody Riviera Palmeraie estime qu'au vu de ces résultats, cette expérience est réussie. Son ami de classe Sylla, met en doute son affirmation.

Toi, étant leur aîné, départage les deux amis.