



DEVOIR SURVEILLE N°2
DE MATHÉMATIQUES
1^{er} Trimestre
Prof : M.

Année Scolaire : 2022-2023
Lycée Moderne GMJ de Garçons Bingerville
20 Octobre 2022
Durée : 02H00
1^{er} C

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2 - la calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

(2,5 points)

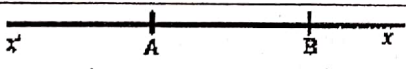
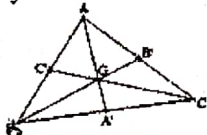
On donne les affirmations ci-dessous ; Réponds par VRAI si elle est vraie ou par FAUX si elle est fausse (par exemple : 4-FAUX).

- 1) I est milieu du segment [AB] signifie que $\vec{AI} + \vec{IB} = \vec{AB}$;
- 2) Le vecteur $2\vec{AN} + 3\vec{NB} + \vec{CN}$ est indépendant du point N ;
- 3) Soit ABC un triangle et I le barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 1) ; le vecteur $\frac{1}{3}\vec{CB} + \vec{CA} = \frac{4}{3}\vec{CI}$.

EXERCICE 2

(2,5 points)

Pour chaque énoncé incomplet du tableau ci-dessous, trois propositions (A, B, C) sont faites : une seule convient. Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. Exemple : 4-A.

N°	Enoncé incomplet	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si $\vec{OC} - 2\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$ alors ...	B est milieu de [AC]	A est milieu de [BC]	C est milieu de [AB]
2	 Le barycentre du système $\{(A, 1), (B, 3)\}$ est sur ...	la demi-droite [Ax')	le segment [AB]	en dehors de la droite (AB)
3	Les points A', B' et C' sont les milieux des côtés du triangle ABC. G est alors le barycentre des points pondérés ... 	(A, 2) et (A', 1)	(B, 1) et (B', 2)	(C, 2) et (C', -1)

EXERCICE 3

(3,5 points)

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 5$ et G le barycentre du système $\{(A; 2); (B; 3)\}$.

- 1) Justifie que $GB^2 = 4$ et $GA^2 = 9$.
- 2) Démontre que $2MA^2 + 3MB^2 = 5MG^2 + 30$.
- 3) Soit $(\Omega) = \{M \in \mathcal{P} / 50 \leq 2MA^2 + 3MB^2 \leq 75\}$. Justifie que (Ω) est une couronne délimitée par deux cercles de même centre et de rayons différents que l'on précisera.

EXERCICE 4

(6,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et on a les points $A \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $B \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Soient le point G tel que $\vec{BG} = \frac{1}{3}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{BD}$ K milieu du segment [AB] et $L = \text{bar} \begin{array}{|c|c|} \hline B & C \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$

- 1) Soit C un point tel que $\vec{AO} = \vec{BC}$. Justifie que $K = \text{bar}\{(B; 2); (O; 1); (C; -1)\}$.
- 2) a) Démontre que $G = \text{bar}\{(B; 1); (C; 2); (D; 3)\}$.
b) Détermine les coordonnées du point G.
- 3) Fais une figure soignée, où figure tous les points.
- 4) Soit E le barycentre des points pondérés $(A; m); (B; m)$ et $(C; 2)$, $m \in \mathbb{R}$.
a) Pour quelles valeurs du nombre réel m, K est-il le milieu du segment [EC] ?
b) On suppose que $m = 1$. Démontre que $A = \text{bar}\{(E; -4); (G; 6); (D; -3)\}$.
- 5) Démontre que, pour tout point M,

$$\|4\vec{MB} + 2\vec{MO} - 2\vec{MC}\| = \|-4\vec{ME} + 6\vec{MG} - 3\vec{MD}\| \Leftrightarrow \frac{MA}{MK} = 4.$$

EXERCICE 5

(5 points)

Deux élèves de la classe de première C du Lycée Moderne de Garçons de Bingerville se sont rendus à la bibliothèque municipale "GMF Book's" de Bingerville pour préparer leur Devoir Surveillé n°2. Pendant la séance d'étude, l'un d'eux, Gavi affirme que l'ensemble (\mathcal{E}) des points M du plan tels que $\frac{MA}{MK} = 4$ est un cercle dont il peut donner les éléments caractéristiques. Son ami, Pédri, affirme que (\mathcal{E}) est la médiatrice du segment [AB] mais Gavi n'est pas de cet avis ; une discussion s'en suit et ils sollicitent ton aide. A l'aide de tes connaissances mathématiques, départage Gavi et Pédri.