

DEVOIR N°2 DE MATHEMATIQUES (Premier trimestre)

EXERCICE N°1 : (5points) (Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes)

- 1) Sachant que $-5 \leq y \leq -1$ et $\frac{4}{5} \leq z \leq \frac{5}{2}$; donner un encadrement de $y - z$; yz et $\frac{y}{z}$. **(0,5 × 3pts)**
- 2) Démontrer que pour tous nombres réels a et b ; on a : $(\frac{a+b}{2})^2 \leq \frac{a^2+b^2}{2}$. **(1pt)**
- 3) Sur une droite graduée ,on donne les points $A(-1)$, $B(5)$ et $M(x)$. Déterminer l'ensemble des réels x tels que : a) $2d(A; M) + d(M; B) = 6$;
b) $d(A; M) \leq d(B; M)$. **(1+1,5pts)**

EXERCICE N°2 : (5points)

Soit n un entier naturel

- 1) a) Démontrer que : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. **(1pt)**
b) En déduire une écriture simplifiée de : $A = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$ et de $S = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$. **(1+1pts)**
- 2) Soit B l'ensemble des entiers naturels n tel que :
 $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \leq 1$. Citer tous les éléments de l'ensemble B . **(2pt)**

EXERCICE N°3 : (3points) (Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes)

- 1) ABC est un triangle et I un point du plan. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs définis par :
 $\vec{u} = 2(\vec{AB} + \vec{AC}) - \vec{AC} + 2\vec{AB} - (\vec{AI} - \vec{CI}) - 3(\vec{BI} - \vec{AI}) + 9\vec{BA}$ et $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{IB} - \vec{IC} + \vec{BC}$.
Le couple $(\vec{u}; \vec{v})$ est-il une base du plan vectoriel ? Justifier votre réponse. **(1,5pt)**
- 2) O ; I et J sont trois points non alignés du plan. Construire les points M et N tels que : $\vec{OM} = \vec{OI} - \vec{JO}$ et $\vec{NO} = \vec{IJ}$. Démontrer que les droites (NM) et (OJ) sont parallèles. **(1,5pts)**

EXERCICE N°4 : (7points)

$ABCD$ est un rectangle tels que $AB = 5cm$ et $BC = 3cm$. I ; J ; K et L sont des points tels que : $\vec{AI} = \frac{1}{5}\vec{AB}$; $\vec{BJ} = \frac{1}{3}\vec{BC}$; $\vec{CK} = \frac{1}{5}\vec{CD}$ et $\vec{DL} = \frac{1}{3}\vec{DA}$.

- 1) Faire une figure bien soignée qu'on complétera au fur et à mesure. **(1,5pts)**
- 2) a) Exprimer $\vec{IJ}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$. **(1pt)**
b) Exprimer $\vec{LK}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$. **(1pt)**
c) Quelle est la nature du quadrilatère $IJKL$? Justifier votre réponse. **(0,5pt)**
- 3) On considère la base $(\vec{i}; \vec{j})$ du plan vectoriel avec $\vec{i} = \vec{DC}$ et $\vec{j} = \vec{DA}$.
a) Donner la décomposition de chacun des vecteurs suivants selon la base $(\vec{i}; \vec{j})$:
 $\vec{DB}$; $\vec{DI}$; $\vec{DK}$ et $\vec{IK}$. **(0,25 × 4pts)**
b) Placer le point M tel que $\vec{CM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.
c) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{IM}$ dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. **(1pt)**
d) Démontrer que les points I ; K et M sont alignés. **(1pt)**