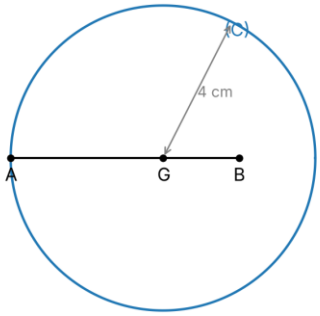
CORRIGÉ ET BARÈME DU DEVOIR DE NIVEAU N°2 — 2nde C

EXERCICES	CORRIGÉ	BARÈME
EXERCICE N°1 (2 points)	① Faux ② Vrai ③ Faux ④ Vrai	0,5 × 4
EXERCICE N°2 (2 points)	① C ② A ③ B ④ A	0,5 × 4
EXERCICE N°3 (4 points)	① **Construction du point** G : voir figure. 	0,5
	② a) **Démontrons que** $A \in (C)$. Pour $M = A$: $\| \overrightarrow{AA} + 2\overrightarrow{AB} \| = \| \vec{0} + 2\overrightarrow{AB} \| = 2AB = 2 \times 6 = 12$.---------- Donc $A \in (C)$.	0,5
	② b) **Démontrons que** $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MG}$. $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB}$ ---------- Or $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. ---------- D'où $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.---------- Donc $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MG}$.	0,5 0,5 0,5
	② c) **Nature de l'ensemble** (C). $M \in (C) \Leftrightarrow \| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \| = 12 \Leftrightarrow \| 3\overrightarrow{MG} \| = 12 \Leftrightarrow 3MG = 12 \Leftrightarrow MG = 4$.---------- Donc (C) est le cercle de centre G et de rayon 4 cm.----------	0,5 0,5
	③ **Construction de** (C) : voir figure (cercle de centre G passant par A).---	0,5
EXERCICE N°4 (7 points) **Partie A** (3.5 points)	① **Démontrons que** $\|xy\| < 1$. $\|xy\| = \|x\| \times \|y\|$ avec $0 \leq \|x\| < 1$ et $0 \leq \|y\| < 1$, donc $\|x\| \times \|y\| < 1 \times 1$, d'où $\|xy\| < 1$.---------- **Déduisons que** $1 + xy > 0$. $\|xy\| < 1 \Leftrightarrow -1 < xy < 1$, donc $xy > -1$, d'où $1 + xy > 0$.----------	0,5 0,5
	② **Développons.** $(1 - x)(1 - y) = 1 - y - x + xy = 1 + xy - (x + y)$----------	0,5

EXERCICES	CORRIGÉ	BARÈME
	$(1+x)(1+y) = 1+y+x+xy = 1+xy+(x+y)$ ----------	0,5
	③ **Démontrons que** $\left\|\frac{x+y}{1+xy}\right\| < 1$**.** $\|x\| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$, donc $1-x > 0$ et $1+x > 0$. De même $1-y > 0$ et $1+y > 0$.---------- Ainsi $(1-x)(1-y) > 0$ et $(1+x)(1+y) > 0$, c'est-à-dire, d'après ② : $1+xy-(x+y) > 0$ et $1+xy+(x+y) > 0$---------- $\Leftrightarrow x+y < 1+xy$ et $-(1+xy) < x+y$ $\Leftrightarrow -(1+xy) < x+y < 1+xy$ $\Leftrightarrow \|x+y\| < 1+x$ ---------- Comme $1+xy > 0$, on a $\|1+xy\| = 1+xy$ et en divisant : $\frac{\|x+y\|}{\|1+xy\|} < 1$. Donc $\left\|\frac{x+y}{1+xy}\right\| < 1$.	0,5 0,5 0,5
Partie B (3.5 points)	① **Trois éléments de** A : pour $n=1$, $n=2$ et $n=3$: 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.	$0,5 \times 3$
	② a) **Justifions que 1 est un majorant de** A**.** Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 1$ donc $0 < \frac{1}{n} \leq 1$.---------- Donc 1 est un majorant de A.	0,5
	② b) **Déduisons que 1 est le maximum de** A**.** 1 est un majorant de A et $1 = \frac{1}{1} \in A$ (pour $n=1$). ---------- Donc 1 est le maximum (plus grand élément) de A.	0,5
	③ A **est minoré par 0.** Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $n > 0$ donc $\frac{1}{n} > 0$. Donc 0 est un minorant de A.---------- **0 n'est pas le minimum de** A**.** Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{n} \neq 0$, donc $0 \notin A$.---------- Un minorant qui n'appartient pas à l'ensemble n'en est pas le minimum: 0 n'est pas le minimum de A.	0,5 0,5
EXERCICE N°5 (5 points)	Pour résoudre ce problème, je vais utilizer les notions sur **ENSEMBLE DES NOMBRES REELS** Pour cela, je vais : • exprimer l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'espace grisé en fonction de x ; • traduire le souhait du Proviseur par un encadrement: $2\,900 \leq \mathcal{A}(x) \leq 3\,000$; • résoudre cet encadrement • conclure. **Aire de l'espace grisé** Grand disque : rayon 40 m, aire $\pi \times 40^2 = 1\,600\pi$. Disque moyen : diamètre $5x$, rayon $\frac{5x}{2}$, aire $\pi\left(\frac{5x}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}\pi x^2$. Petit disque : diamètre x, rayon $\frac{x}{2}$, aire $\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi x^2$. $$\mathcal{A}(x) = 1\,600\pi - \frac{25}{4}\pi x^2 - \frac{1}{4}\pi x^2 = 1\,600\pi - \frac{13}{2}\pi x^2$$	Voir grille d'évaluation ci-dessous

EXERCICES	CORRIGÉ	BARÈME
	Contrainte sur x : $x > 0$ et les deux disques blancs tiennent sur un diamètre du grand disque : $5x + x \leq 80$, soit $0 < x \leq \frac{40}{3} \approx 13{,}33$. **Résolution** $$2\,900 \leq 1\,600\pi - \frac{13}{2}\pi x^2 \leq 3\,000$$ $$\Leftrightarrow 2\,900 - 1\,600\pi \leq -\frac{13}{2}\pi x^2 \leq 3\,000 - 1\,600\pi$$ $$\Leftrightarrow 1\,600\pi - 3\,000 \leq \frac{13}{2}\pi x^2 \leq 1\,600\pi - 2\,900$$ $$\Leftrightarrow \frac{2(1\,600\pi - 3\,000)}{13\pi} \leq x^2 \leq \frac{2(1\,600\pi - 2\,900)}{13\pi}$$ $\Leftrightarrow 99{,}24 \leq x^2 \leq 104{,}14$ (valeurs approchées) Comme $x > 0$: $\sqrt{99{,}24} \leq x \leq \sqrt{104{,}14}$, soit $9{,}96 \leq x \leq 10{,}20$ (à 10^{-2} près). Ces valeurs vérifient bien $x \leq 13{,}33$. **Conclusion**: le souhait du Proviseur sera réalisé si x est compris entre environ 9,96 m et 10,20 m, c'est-à-dire $x \in [9{,}96\ ;\ 10{,}20]$.	

Grille d'évaluation de l'exercice N°5

Critères	Indicateurs de performance	Barème
CM1 : Pertinence	• Identification de la leçon ENSEMBLE DES NOMBRES REELS • Expression de l'aire de l'espace grisé en fonction de x • Traduction du souhait par un encadrement • Résoudre cet encadrement • Conclure	**0.75 point** 1 indic sur 5 → 0,25 2 indic sur 5 → 0,5 3 indic sur 5 → 0.75
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	• Calcul correct des aires des disques • Expression de $\mathcal{A}(x)$ • Résolution de l'encadrement • Justesse de l'argumentation	**2.5 points** 1 indic sur 4 → 1 2 indic sur 4 → 1,5 3 indic sur 4 → 2.5
CM3 : Cohérence de la réponse	• Le résultat produit est conforme au résultat attendu • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchaînements de la démarche	**1,25 point** 1 indic sur 3 → 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP : Critères de perfectionnement	• Conclusion de la production • Originalité de la production • Bonne présentation	**0,5 point** 1 indic sur 3 → 0,25 2 indic sur 3 → 0,5