Collège privé
MERLAN

Année scolaire
2026-2027

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

CORRIGÉ DÉTAILLÉ ET BARÈME

Niveau :	CE :	Coefficient :	Durée :	Période :
2nde C	Maths	5	2 heures	1er trimestre

Exercice	1	2	3	4	5	Total
Points	02	02	05	06	05	20

EXERCICE 1 (02 points).

Éléments de correction	Barème
1) VRAI Les coordonnées $(-3\,;1)$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$ signifient $\vec{u}=-3\vec{i}+1\,\vec{j}=-3\vec{i}+\vec{j}$.	0,5
2) FAUX $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est une base de $\mathcal{V}$ si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires, c'est-à-dire si A, B, C ne sont pas alignés. Pour trois points non alignés, c'est donc bien une base : l'affirmation « n'est pas une base » est fausse.	0,5
3) FAUX Dans une base orthonormée, $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$ avec $x=-2$ et $y=3$: $\|\vec{u}\|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\neq\sqrt{-(2)^2+3^2}=\sqrt{5}$.	0,5
4) VRAI $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ sont colinéaires si et seulement si $xy'-x'y=0$, c'est-à-dire si leur déterminant dans la base est nul.	0,5

EXERCICE 2 (02 points).

Éléments de correction	Barème
1) Colonne C $\vec{A}=-\frac{1}{6}\vec{u}+\frac{1}{6}\vec{v}-\frac{1}{9}\vec{u}+\frac{2}{3}\vec{v}$ $=\left(-\frac{1}{6}-\frac{1}{9}\right)\vec{u}+\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)\vec{v}=-\frac{5}{18}\vec{u}+\frac{5}{6}\vec{v}$.	0,5
2) Colonne A $2\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ et $-3\vec{v}\begin{pmatrix}-9\\-6\end{pmatrix}$, donc $\det(2\vec{u},-3\vec{v})=4\times(-6)-(-9)\times(-2)=-24-18=-42$.	0,5
3) Colonne B Par définition, la mesure algébrique $\overline{AB}$ est le réel tel que $\overrightarrow{AB}=\overline{AB}\,\vec{i}$. La proposition A égale un réel à un vecteur (absurde), et la C ne fait pas intervenir le réel $\overline{AB}$.	0,5
4) Colonne B $\overrightarrow{AB}(2\,;-3)$ et $\overrightarrow{AC}(-4\,;6)$: $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=2\times6-(-4)\times(-3)=12-12=0$, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires (on a même $\overrightarrow{AC}=-2\,\overrightarrow{AB}$).	0,5

EXERCICE 3 (05 points).

1) Construction (avec $AC = 4$ et $CB = 5$; on choisit par exemple $AB = 6$ cm).

Éléments de correction	Barème
Tracer le segment $[AC]$ de longueur 4 cm. Le point B est à l'intersection du cercle de centre A et de rayon 6 cm et du cercle de centre C et de rayon 5 cm. Tracer le triangle ABC.	0,5
Point E : $\overrightarrow{CE} = -2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Placer A' sur la demi-droite $[CA)$ tel que $CA' = 8$ cm (car $-2\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CA}$), puis E tel que $\overrightarrow{A'E} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.	0,5
Point D : $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. Placer C' sur la demi-droite $[AC)$ tel que $AC' = 10$ cm, puis D tel que $\overrightarrow{C'D} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.	0,5

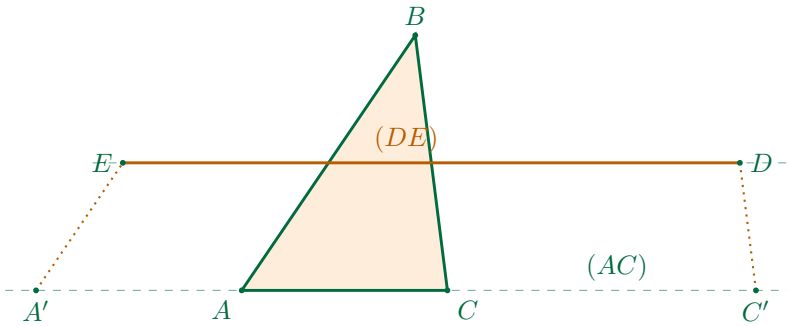


Figure à échelle réduite : (DE) est parallèle à (AC).

2) a- Justifier que $\overrightarrow{DE} = -3\,\overrightarrow{AC}$.

Éléments de correction	Barème
Relation de Chasles : $$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}.$$	0,5
On remplace $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CE}$ par leurs expressions : $$\overrightarrow{DE} = -\left(\tfrac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}\right) + \overrightarrow{AC} + \left(-2\overrightarrow{AC} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right).$$	0,5
On regroupe les termes en $\overrightarrow{AC}$ et on factorise le reste : $$\begin{aligned}\overrightarrow{DE} &= \left(-\tfrac{5}{2} + 1 - 2\right)\overrightarrow{AC} + \tfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}\right)\\ &= -\tfrac{7}{2}\overrightarrow{AC} + \tfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right).\end{aligned}$$	0,5
Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, d'où $\overrightarrow{DE} = -\frac{7}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.	0,5
Conclusion : $$\overrightarrow{DE} = -3\,\overrightarrow{AC}$$	0,5

b- En déduire que les droites (DE) et (CA) sont parallèles.

Éléments de correction	Barème
$\overrightarrow{DE} = -3\,\overrightarrow{AC}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires : les droites (DE) et (AC) ont la même direction.	0,5
Elles ne sont pas confondues : si D était sur (AC), alors $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AD} - 5\overrightarrow{AC}$ serait colinéaire à $\overrightarrow{AC}$ et B serait sur (AC), ce qui est impossible dans un triangle. Donc $(DE) \parallel (CA)$.	0,5

EXERCICE 4 (06 points).

Rappel : dans $(\vec{i},\vec{j})$, $\vec{u}=-2\vec{j}$ a pour coordonnées $(0\,;-2)$ et $\vec{v}=\vec{i}-\vec{j}$ a pour coordonnées $(1\,;-1)$.

1) Démontrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de $\mathcal{V}$.

Éléments de correction	Barème
$\det(\vec{u},\vec{v}) = 0\times(-1) - 1\times(-2) = 2.$	0,5
$\det(\vec{u},\vec{v}) \neq 0$, donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires : $(\vec{u},\vec{v})$ **est une base de $\mathcal{V}$.**	0,5

2) a- Écrire $\vec{i}$ et $\vec{j}$ comme combinaisons linéaires de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Éléments de correction	Barème
De $\vec{u}=-2\vec{j}$ on tire $\vec{j}=-\frac{1}{2}\,\vec{u}$.	0,75
De $\vec{v}=\vec{i}-\vec{j}$ on tire $\vec{i}=\vec{v}+\vec{j}$, donc $\vec{i}=-\frac{1}{2}\,\vec{u}+\vec{v}$.	0,75

b- En déduire les coordonnées de $\vec{i}$ et de $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$.

Éléments de correction	Barème
$\vec{i}=-\frac{1}{2}\vec{u}+1\,\vec{v}$ et $\vec{j}=-\frac{1}{2}\vec{u}+0\,\vec{v}$, donc dans $(\vec{u},\vec{v})$: $\vec{i}\left(-\frac{1}{2}\,;\,1\right)$ et $\vec{j}\left(-\frac{1}{2}\,;\,0\right)$	0,5

3) a- Justifier que les coordonnées de D dans $(E,\vec{u},\vec{v})$ sont 0 et 2.

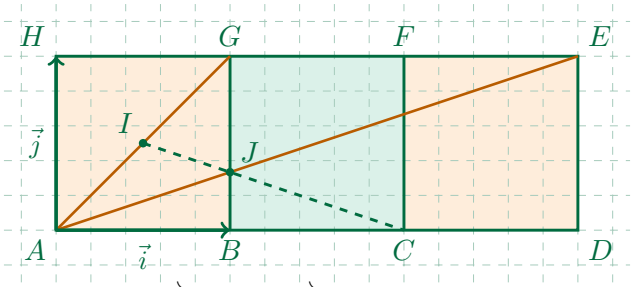
Éléments de correction	Barème
Dans $(O,\vec{i},\vec{j})$: $\overrightarrow{ED}\,(x_D-x_E\,;\,y_D-y_E)=(-1+3\,;-2-0)=(2\,;-2)$.	0,5
Or $2\vec{v}=2\vec{i}-2\vec{j}$ a pour coordonnées $(2\,;-2)$ dans $(\vec{i},\vec{j})$, donc $\overrightarrow{ED}=2\vec{v}$.	0,5
Ainsi $\overrightarrow{ED}=0\,\vec{u}+2\,\vec{v}$: dans le repère $(E,\vec{u},\vec{v})$, $D(0\,;2)$.	0,5

b- Calculer $\|\,2\vec{v}-3\,\overrightarrow{ED}\,\|$.

Éléments de correction	Barème
Comme $\overrightarrow{ED}=2\vec{v}$: $2\vec{v}-3\,\overrightarrow{ED}=2\vec{v}-6\vec{v}=-4\vec{v}$.	0,5
La base $(\vec{i},\vec{j})$ est orthonormée : $\|\vec{v}\|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.	0,5
$\|2\vec{v}-3\,\overrightarrow{ED}\| = \|-4\vec{v}\| = 4\|\vec{v}\| = 4\sqrt{2}$ $(\approx 5{,}66)$	0,5

EXERCICE 5 (05 points).

Méthode : se placer dans un repère où I, J et C ont des coordonnées simples, puis tester la colinéarité de $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IC}$.



Repère $(A\,;\vec{i},\vec{j})$ avec $\vec{i}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{j}=\overrightarrow{AH}$; la droite (IC) est tracée en pointillés.

Éléments de correction	Barème
On choisit le repère $(A\,;\vec{i},\vec{j})$ avec $\vec{i}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{j}=\overrightarrow{AH}$ (les parcelles sont des carrés de même côté, pris pour unité).	1
Dans ce repère : $A(0\,;0)$, $B(1\,;0)$, $C(2\,;0)$, $D(3\,;0)$, $H(0\,;1)$, $G(1\,;1)$, $F(2\,;1)$, $E(3\,;1)$.	1
I est le milieu de $[AG]$: $I\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$.	0,5
$J\in(BG)$ donc $x_J=1$. $J\in(AE)$ avec $\overrightarrow{AE}(3\,;1)$: $\overrightarrow{AJ}=t\,\overrightarrow{AE}$, d'où $x_J=3t=1$, $t=\frac{1}{3}$ et $y_J=\frac{1}{3}$. $J\left(1\,;\frac{1}{3}\right)$	1
$\overrightarrow{IJ}\left(1-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{6}\right)$ et $\overrightarrow{IC}\left(2-\frac{1}{2}\,;0-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$.	0,5
$\det(\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{IC})=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{2}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=0.$ On remarque aussi que $\overrightarrow{IC}=3\,\overrightarrow{IJ}$.	0,5
Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires, donc I, J, C sont alignés. **Le Technicien a raison :** l'eau peut couler en ligne droite de I à C en passant par J.	0,5

Toute méthode correcte conduisant au bon résultat est acceptée et notée sur le même barème.

Total : 2 + 2 + 5 + 6 + 5 = 20 points