

Année scolaire : 2024 – 2025
DEVOIR DE NIVEAU N°2
 Niveau : **Seconde C**



Coefficient : 2
Durée : 1 h 30 min
C.E. : Mathématiques– Info

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

EXERCICE 1 (2 points)

Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. **Exemple : 1– D**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. L'ensemble de solutions de l'équation : $ x + 1 = 2$ est ...	$\{-3 : 1\}$	$\{-1 : 3\}$	Aucune réponse
2. L'ensemble de solutions de l'équation : $ x - 3 = -7$ est ...	$\{10 : 4\}$	\emptyset	$\{-10 : -4\}$
3. Une solution de l'inéquation : $ x + 1 < 2$ est ...	-3	-1	0
4. Pour tout nombre réel x , on a : $ x ^5 = \dots$	x^5	$-x^5$	$ x x^4$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations qui suivent, écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse. **Exemple : 5– FAUX.**

1. Le minimum d'un ensemble non vide, lorsqu'il existe est le plus petit des minorants de cet ensemble.
2. Le maximum d'un ensemble non vide, lorsqu'il existe est le plus grand des majorants de cet ensemble.
3. Le maximum de $\mathbb{Z} \cap [-4 ; \frac{2\pi}{3}]$ est 2.
4. Le minimum de $\mathbb{N} \cap [\frac{3\pi}{4} ; 7]$ est 3.

EXERCICE 3 (5 points)

1. Soit x un nombre réel.

a. Justifie que : $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$.

b. Justifie que : $-x^3 + (\sqrt{3} - 2)x^2 + (2\sqrt{3} - 1)x - 2 = -(x + 2)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$.

c. On suppose que $x \geq -2$. Démontre que : $-x^3 + (\sqrt{3} - 2)x^2 + (2\sqrt{3} - 1)x - 2 \leq 0$.

2. On pose : $A = \left\{ \frac{-a^3 + (\sqrt{3}-2)a^2 - 2}{a} + \sqrt{3} ; a \in [-2 ; 0[\right\}$

- Calcule l'élément de A lorsque $a = -2$.
- Démontre par l'absurde que $1 - \sqrt{3}$ est un majorant de A.
- Déduis-en que $1 - \sqrt{3}$ est le maximum de A.

EXERCICE 4 (6 points)

Dans le plan rapporté à un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne : $A(5 ; -1)$, $B(2 ; -2)$, $C(-2 ; 1)$ et $D(1 ; 2)$.

- Justifie que **ABCD** est un parallélogramme.
- E et F sont des points du plan définis par : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DE}$.

Justifie que :

- $E\left(\frac{1}{2} ; -\frac{5}{2}\right)$
- $F\left(\frac{2}{3} ; -1\right)$

- Dans la base (\vec{i}, \vec{j}) , justifie que : $\overrightarrow{BC}\left(\begin{smallmatrix} -4 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ et $\overrightarrow{BF}\left(\begin{smallmatrix} -4 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$.
- Vérifie que les points B, C et F sont alignés.
- Démontre que $\overrightarrow{EF}\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

EXERCICE 5 (5 points)

Dans le cadre de la préparation de leur devoir de mathématiques, un groupe d'élèves d'une classe 2^{nde} C du collège confessionnel Hinnêh de Biabou découvre dans leur manuel l'énoncé ci-dessous en gras :

« Soit x et y deux nombres réels strictement positifs. On pose : $P = \frac{1}{x+y}$ et $Q = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ».

Après avoir bien examiné l'énoncé, Abdoulsobour, l'un des élèves affirme que **P** est strictement inférieur à **Q**.

En utilisant leurs acquis, ils doivent vérifier si leur camarade a raison ou pas.

A l'aide d'une production argumentée et d'une bonne illustration, dis si Abdoulsobour a raison.

Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.