LYCEE DE BOROMO — ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025

PROF : M KABRE — DATE : 03/02/2025

CLASSE : 2^{nde} C — DUREE : 2h30mn

EVALUATION N° 4 de MATHEMATIQUES

- **Rature = −1**
- **Encadrer vos réponses**

Questions de cours (10pts)

1) Reproduire le tableau ci-dessous et compléter : (1pt)

Mesure en degrés	150		135	18
Mesure en radians		$\frac{5\pi}{4}$		

2) Dans chacun des cas suivants, déterminer la mesure principale θ de l'angle orienté dont une mesure en radian est $\propto$. On donne $\propto = \frac{2025\pi}{2}$; $\propto = -\frac{41\pi}{8}$ (1pt)

3) Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$, $cos2x = 0$; $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1,5pt)

4) Calculer le sinus et le cosinus des angles suivants : $\theta = \frac{83\pi}{6}$; $\beta = \frac{-25\pi}{3}$ (2pts)

5) Calculer $\boldsymbol{A} = cos\frac{\pi}{8} + cos\frac{7\pi}{8} + cos\frac{5\pi}{8} + cos\frac{3\pi}{8}$ (0,5pt)

6) Soit x la mesure principale d'un angle orienté démontrer que :
$(cosx)^4 + (sinx)^4 = 1 - 2(sinx)^2.(cosx)^2$ (0,5pt)

7) Soit ABC est un triangle de sens direct, démontrer que :
$(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) + (\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) + (\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}) = \pi$ (0,5pt)

8) Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ des vecteurs non nuls tels que : $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -\frac{\pi}{3} + k.2\pi$ et $(\widehat{\vec{v}, \vec{w}}) = \frac{7\pi}{6} + k.2\pi$, déterminer les mesures des angles suivants : $(\widehat{\vec{u}, -\vec{v}})$ $(\widehat{-\vec{w}, -\vec{u}})$ (1pt)

9) ABC est un triangle rectangle en A, direct, tel que $Mes(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}) = -\frac{\pi}{6}$ et ACD est un triangle équilatéral direct. Construire les points A, B, C et D (2pts)

Exercice 1 (3pts)

Soit (C) un cercle de centre A et B un point du cercle

1) Construire les points C, D, E et F du cercle tel que : (1pt)
$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{3}$ $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) = \frac{3\pi}{4}$ $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}) = \frac{7\pi}{6}$ $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}}) = -\frac{3\pi}{4}$
2) Déterminer une mesure puis la mesure principale de chacun des angles orientes suivants : $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}})$ $(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF}})$ $(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AC}})$ $(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}})$ (2pts)

Exercice 2 (3pts)

ACE est un triangle isocèle direct de sommet principal A et tel que :

$AC = 5$ et $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}}) = \frac{2\pi}{5}[2\pi]$.Tracer le triangle équilatéral direct AEF et le triangle ABC isocèle rectangle direct en A puis déterminer la mesure principale de l'angle orienté suivants : $(\widehat{\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB}})$ (3pts)

Situation d' integration (4pts)

Ton oncle, fonctionnaire et agent d'une administration est candidat à un concours professionnel. Dans sa préparation au concours, une question dans le sujet de la session précédente retient son attention. Cette question est la suivante :

≪On donne $\alpha \in]0;\frac{\pi}{2}[$ $et\ cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Justifie que $tan \propto = 2-\sqrt{3}$ ≫.

Après des heures de recherche infructueuse, il te sollicite pour l'aider. En tant qu'élève de la seconde C propose la solution de la question à ton oncle.

Courage !

Questions de Cours

①

degré	150	225	135	18
radian	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{10}$

1pt

②

$\alpha = \frac{2025\pi}{2} = \frac{(2024+1)\pi}{2}$

$= \frac{\pi}{2} + 506.(2\pi)$.

$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$ 0,5pt

$\alpha = -\frac{41\pi}{8} = \frac{(7-48)\pi}{8}$

$= \frac{7\pi}{8} - 6\pi$

$= \frac{7\pi}{8} - 3.(2\pi)$.

$\boxed{\theta = \frac{7\pi}{8}}$ 0,5pt

③

$\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{2}$

$2x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi$ ou $2x = -\frac{\pi}{2} + k.2\pi$

$x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

$k \in \mathbb{Z}$

$$\boxed{S_{]-\pi,\pi]} = \left\{ -\frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right\}}$$

1pt

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

$x = -\frac{\pi}{3} + k.2\pi$ ou $x = \frac{4\pi}{3} + k.2\pi$

$$\boxed{S_{]-\pi,\pi]} = \left\{ -\frac{2\pi}{3} ; -\frac{\pi}{3} \right\}}$$

0,5pt

④

$\frac{83\pi}{6} \equiv -\frac{\pi}{6} [2\pi]$.

$-\frac{25\pi}{3} \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$.

$\cos \frac{83\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \frac{83\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ 1pt

$\cos\left(-\frac{25\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ et $\sin\left(-\frac{25\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1pt

⑤

$A = \cos\frac{\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + \cos\frac{5\pi}{8} + \cos\frac{3\pi}{8}$

$= \cos\frac{\pi}{8} + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) + \cos\frac{3\pi}{8}$

$= \cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{\pi}{8} - \cos\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{3\pi}{8}$

$\boxed{A = 0}$ 0,5pt

N°1

(6)

$(\cos^2 x + \sin^2 x)^2 =$

$\cos^4 x + 2\cos^2 x \sin^2 x + \sin^4 x$.

or $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

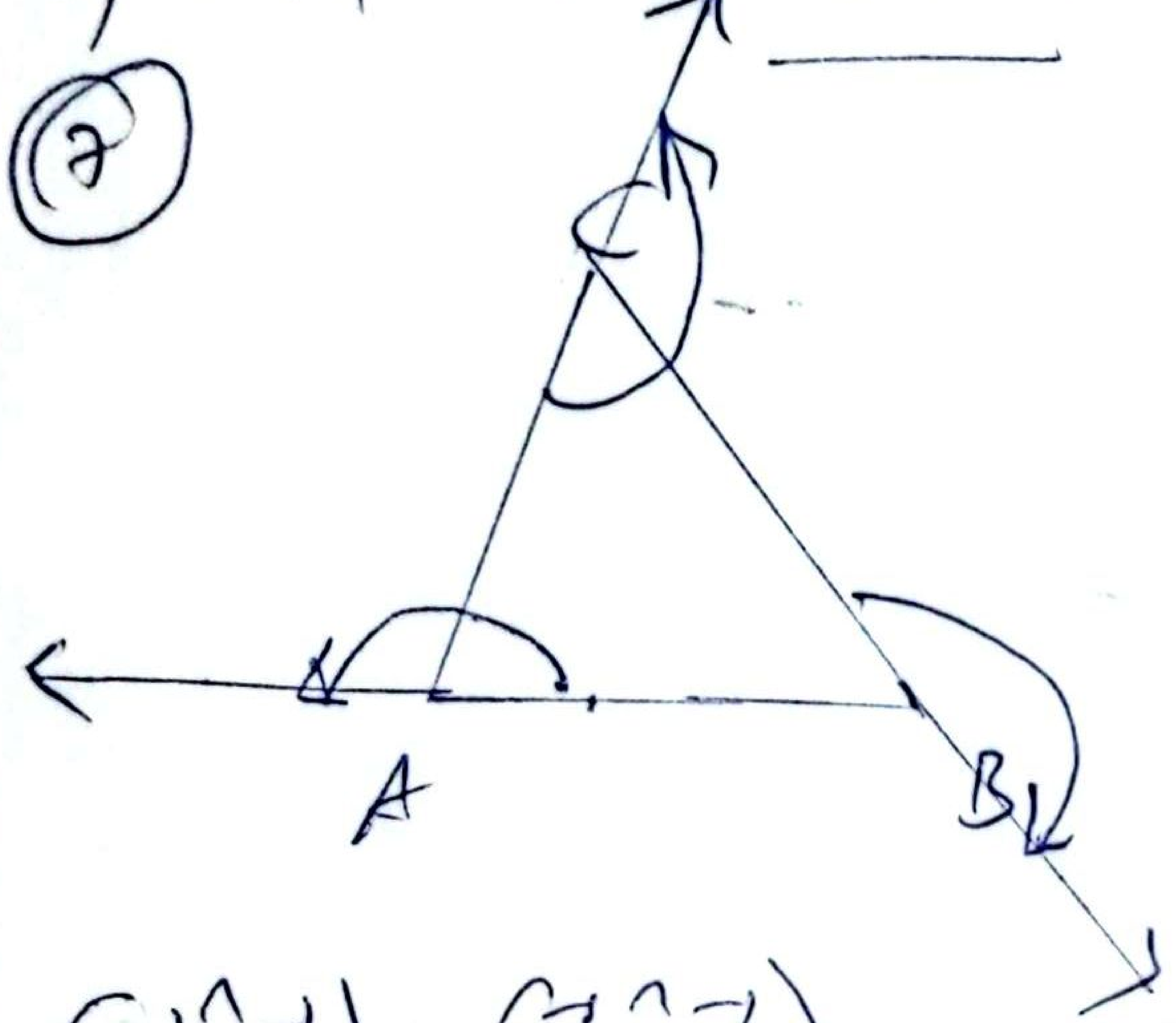
donc

$1 = \cos^4 x + 2\cos^2 x \sin^2 x + \sin^4 x$

0,5/2

$\Rightarrow \cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\cos^2 x \sin^2 x$

(7)



$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) =$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) +$

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) =$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) +$

$(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}) =$

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AC}) =$

$= \pi + \pi - \pi = \pi$

(8)

$(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, -\vec{v})$

$= -\frac{\pi}{3} + \pi + k.2\pi$

$\boxed{(\vec{u}, -\vec{v}) = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi}$ 0,25

$(-\vec{w}, -\vec{u}) = (-\vec{w}, \vec{w}) + (\vec{w}, \vec{u}) + (\vec{u}, -\vec{u})$

$= \pi + (\vec{w}, \vec{u}) + \pi$

$= 2\pi + (\vec{w}, \vec{u})$. or

$(\vec{w}, \vec{u}) = (\vec{w}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{u})$

$= -\frac{7\pi}{6} + \frac{\pi}{3} + k.2\pi$

$= -\frac{5\pi}{6} + k.2\pi$

$(-\vec{w}, -\vec{u}) = 2\pi - \frac{5\pi}{6} + k.2\pi$

$= \frac{7\pi}{6} + k.2\pi$

0,75

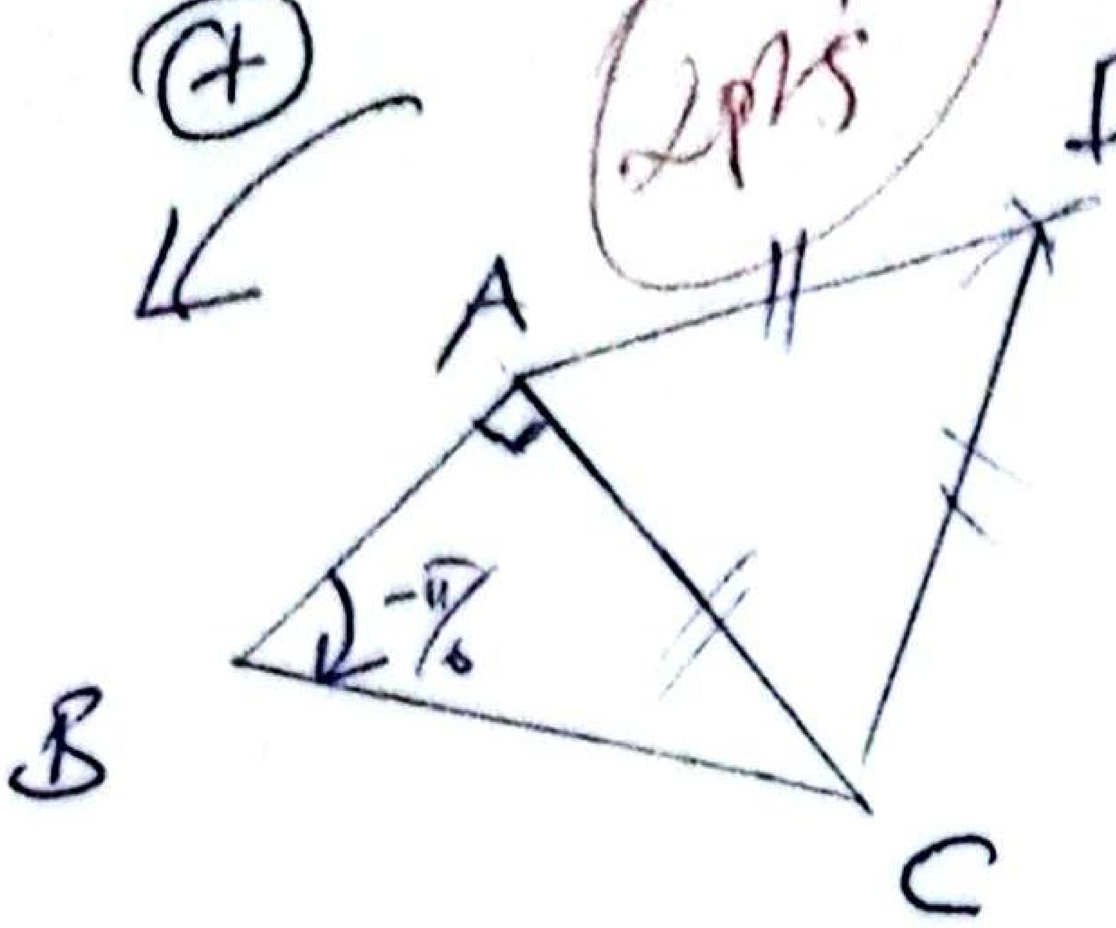
$\boxed{(-\vec{w}, -\vec{u}) = -\frac{5\pi}{6} + k.2\pi}$

Or $\frac{7\pi}{6} \equiv -\frac{5\pi}{6} \; [2\pi]$

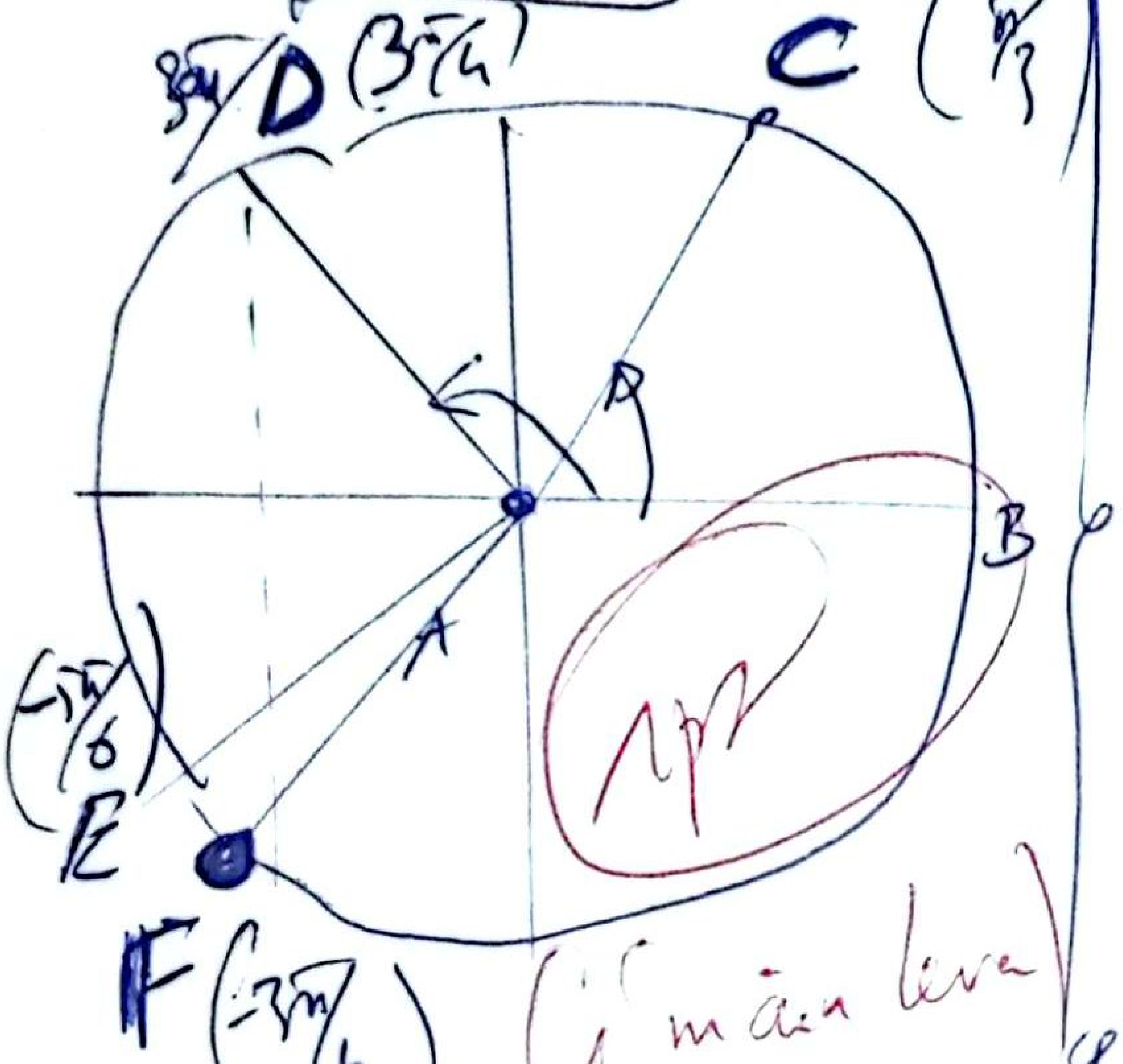
N°2

(9) (7)

2pts



EX01



$$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) \ (2\pi)$$

$$= -\frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{6} \ [2\pi]$$

$$= \frac{5\pi}{6} \ [2\pi]$$

0,5pt

$$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF}) = (\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF}) \ (2\pi)$$

$$= -\frac{3\pi}{4} + \left(-\frac{3\pi}{4}\right) \ (2\pi)$$

$$= -\frac{6\pi}{4} \ (2\pi)$$

$$= -\frac{3\pi}{2} \equiv \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

0,5pt

$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \ (2\pi)$$

$$= \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \ (2\pi)$$

$$= \frac{13\pi}{12} \equiv -\frac{11\pi}{12} \ [2\pi]$$

0,5pt

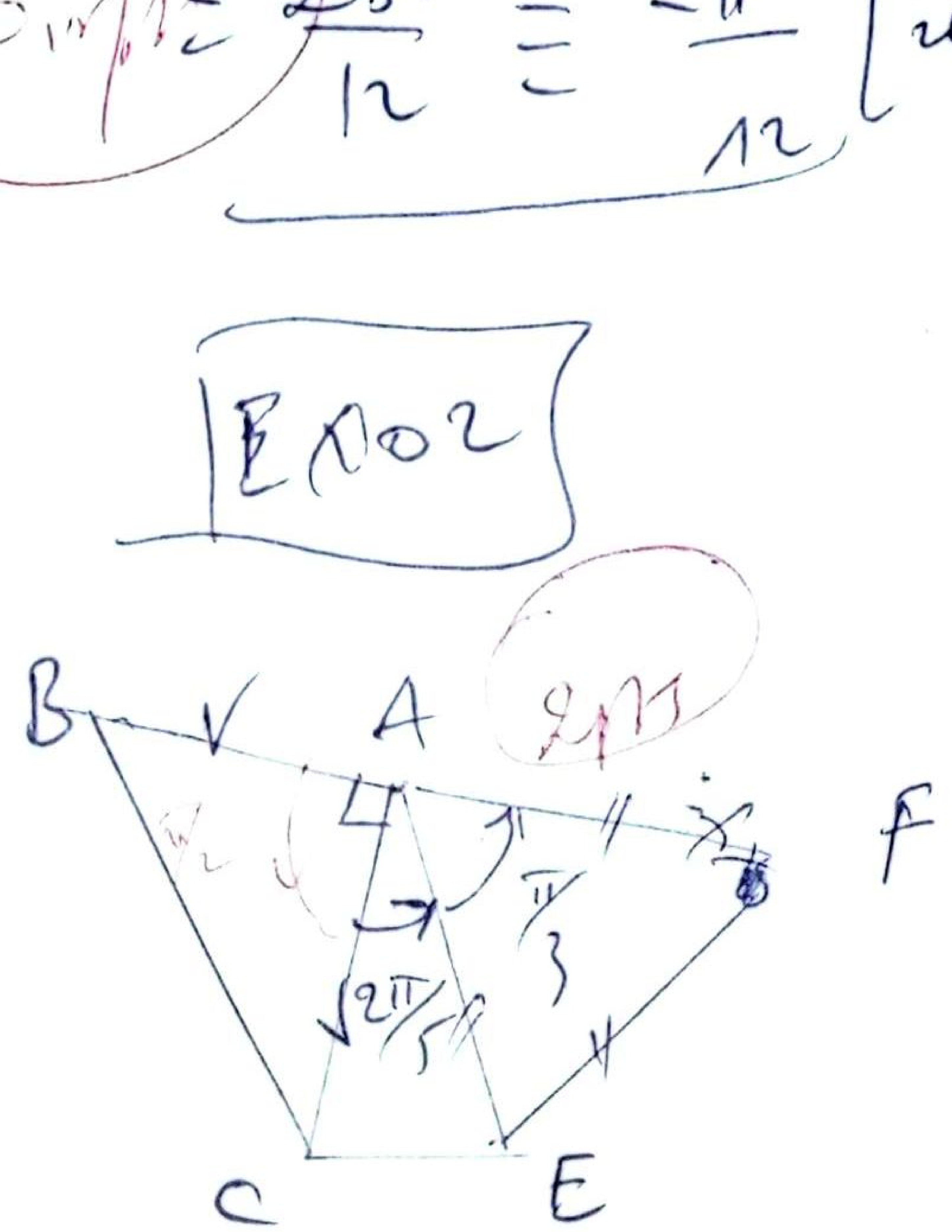
$$(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) \ (2\pi)$$

$$= \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{6} \ (2\pi)$$

0,5pt $= \frac{23\pi}{12} \equiv -\frac{\pi}{12} \ [2\pi]$

EX02

2pts



N03

$(\widehat{\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}}) =$

$= (\widehat{\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AE}}) + (\widehat{\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC}}) + (\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}})$

$= \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \left(-\frac{2\pi}{5}\right) + \left(-\frac{\pi}{2}\right) \ (2\pi)$

1 pt

$= -\frac{37\pi}{30} = \frac{23\pi}{30} \ [2\pi]$

$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

$= \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}} = 2-\sqrt{3}.$

Situation

1 pt

~~$\sin\alpha$~~ $= \cos^2\alpha = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

$1-\cos^2\alpha = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$

Comme $\alpha \in]0; \frac{\pi}{2}[$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$