LYCEE DE BOROMO — ANNEE SCOLAIRE 2024-2025

PROF : M KABRE — DATE : 04-11-2024

CLASSE : 2nde C — HEURE : 2h

DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 (10pts)

1) Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{\frac{5}{2}+1}{\frac{1}{4}-\frac{3}{10}-\frac{1}{15}} \qquad B = \frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{5}}{4+\frac{2}{5}} \div \frac{\frac{4}{5}-\frac{6}{7}}{\frac{7}{5}+\frac{3}{7}}$$ **(1+1,5=2,5pts)**

2) Ecrire sous la forme 2^p3^q (avec p, q des entiers relatifs) les expressions suivantes : $C = \frac{(3^{-5})^{-5}\times(4^2)^{-3}}{(\frac{3^2}{8})^5}$ $D = \frac{(4^2)^3\times(8^3)^2}{81^{\,3}}$ **(1+0,5=1,5pt)**

3) Comparer les nombres suivants : **(0,5+0,5+1=2pts)**

$(\sqrt{3})^5$ *et* 3^3 ; $\frac{531}{770}$ *et* $\frac{53}{77}$; $6\sqrt{3}-2\sqrt{5}$ *et* $4\sqrt{5}-3\sqrt{3}$

4) Comparer a , a^2 , $\sqrt{a}$, $\frac{1}{a}$ pour $a > 0$ **(2pts)**

5) Soit x *et* y deux réels strictement positifs, comparer :

$\frac{8}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}$ *et* $\frac{2}{\sqrt{xy}}$ **(2pts)**

Exercice 2 (5pts)

1) Exprimer sous formes d'intervalles ou de réunions d'intervalles l'ensemble des réels x tels que : **(0,5+0,5+1+1=3pts)**

a°) $|x+1| < 2$ b°) $d(x,3) \leq 5$ c°) $d(x,7) \geq 3$ d°) $|2x+1| \geq 3$

2) On donne $\sqrt{5} = 2{,}2360679774\ldots$ **(0,25+0,25+0,25+0,25=1pt)**

   a) Donner une valeur approchée à 10^{-6} près par excès de $\sqrt{5}$.
   b) Donner l'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\sqrt{5}$.
   c) Donner l'arrondi d'ordre 8 de $\sqrt{5}$.
   d) Donner l'ordre de grandeur de $x = \sqrt{5}.10^8$

3) Donner un sous ensemble de $\mathbb{R}$: **(0,25+0,25+0,25+0,25=1pt)**

   a) Qui n'a pas de minorant mais a un maximum
   b) Qui a un minimum mais pas de maximum

c) Qui a un majorant et un minimum
d) Qui n'a pas de minorant ni de majorant

Exercice 3 (5pts)

I) Aicha et Biba deux élèves de la classe de 5^e du lycée de Boromo, habitent au bord d'une rue rectiligne à 600m l'un de l'autre. Les parents de Aicha lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de 300m de la maison et ceux de de Biba lui demandent de ne pas s'éloigner de plus de 400m de la maison. Ils souhaitent, savoir la portion de la rue où ils peuvent se rencontrer pour échanger sur des exercices de classe sans désobéir à leurs parents. Soucieux, ils demandent votre aide en tant qu'élève de la classe de seconde C **(3pts)**

II) Monsieur YAO a une parcelle aménagée de forme rectangulaire. Il veut la clôturer avec du grillage. Toutes les parcelles sur ce site de cultures maraichères ont des périmètres qui valent 105 m, 112 m, 140 m ou 150 m. Quelle doit être la longueur du grillage de monsieur YAO si la longueur de sa parcelle est comprise entre 30m et 30,75m et sa largeur entre 25m et 25,5m ? **(2pts)**

FIN

Proposition de Correction

Exo 1

1-

$$PPCM(4, 10, 15) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$A = \frac{\frac{5}{2} + \frac{2}{2}}{\frac{1\times 15 - 3\times 6 - 1\times 4}{60}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{15-18-4}{60}}$$

$$= \frac{\frac{7}{2}}{\frac{-7}{60}} = \frac{7}{2} \times \frac{60}{-7} = \frac{60}{-2} = -30$$

$$\boxed{A = -30}$$

P1

$$B = \frac{\frac{15-4}{10}}{\frac{22}{5}} \div \frac{\frac{28-30}{35}}{\frac{49+15}{35}}$$

$$= \frac{\frac{11}{10}}{\frac{22}{5}} \div \frac{\frac{-2}{35}}{\frac{64}{35}}$$

$$= \left(\frac{11}{10} \times \frac{5}{22}\right) \div \left(\frac{-2}{35} \times \frac{35}{64}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \div \left(-\frac{1}{32}\right) = \frac{1}{4} \times (-32) \quad \boxed{B = -8}$$

Scanné avec CamScanner

②

$$C = \frac{3^{25} \cdot 2^{-12}}{\frac{3^{10}}{2^{15}}} = \frac{3^{25} \cdot 2^{-12}}{1} \times \frac{2^{15}}{3^{10}}$$

$$= 3^{25} \cdot 2^{-12} \cdot 2^{15} \cdot 3^{-10}$$

$$= 3^{15} \cdot 2^{3} \qquad \boxed{C = 2^{3} \cdot 3^{15}}$$

$$D = \frac{4^{6} \cdot 8^{6}}{(3^{4})^{3}} = \frac{2^{12} \times 2^{18}}{3^{12}} = \frac{2^{30}}{3^{12}}$$

$$\boxed{D = 2^{30} \cdot 3^{-12}}$$

P2

③ $(\sqrt{3})^{5}$ et 3^{3}

$$\left[(\sqrt{3})^{5}\right]^{2} = 3^{5} \text{ et } (3^{3})^{2} = 3^{6} \Rightarrow \boxed{(\sqrt{3})^{5} < 3^{3}}$$

$\frac{531}{770}$ et $\frac{53}{77}$ on a : $\frac{53}{77} = \frac{530}{770}$ or $531 > 530$

d'où $\boxed{\frac{531}{770} > \frac{53}{77}}$

$6\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$ et $4\sqrt{5} - 3\sqrt{3}$.

$$(6\sqrt{3}-2\sqrt{5}) - (4\sqrt{5}-3\sqrt{3}) = 6\sqrt{3}-2\sqrt{5}-4\sqrt{5}+3\sqrt{3}$$

$$= 9\sqrt{3} - 6\sqrt{5}$$

Comparons $9\sqrt{3}$ et $6\sqrt{5}$

$$(9\sqrt{3})^2 = 243 \quad (6\sqrt{5})^2 = 180$$

$9\sqrt{3} > 6\sqrt{5} \Rightarrow 9\sqrt{3} - 6\sqrt{5} > 0$ d'où

$$(6\sqrt{3}-2\sqrt{5}) - (4\sqrt{5}-3\sqrt{3}) > 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{6\sqrt{3} - 2\sqrt{5} > 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}$$

P3

4- Comparons a, a^2, $\sqrt{a}$, $\frac{1}{a}$ pour $a > 0$

deux cas se présentent.

Cas 1 $a < 1$

$a < 1 \Rightarrow \boxed{a^2 < a}$

$a^2 < a \Rightarrow \sqrt{a^2} < \sqrt{a} \Rightarrow \boxed{a < \sqrt{a}}$

$a < 1 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{1}$

$\Rightarrow \boxed{1 < \frac{1}{a}}$

$a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{1}$

$\boxed{\sqrt{a} \not< 1}$ $\quad$ C/c : $a^2 < a < \sqrt{a} < 1 < \frac{1}{a}$

$\boxed{a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{a} \text{ pour } a < 1}$

<u>Cas 2</u> : $a > 1$

$a > 1 \Rightarrow \boxed{a^2 > a}$.

$a^2 > a \Rightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{a} \Rightarrow \boxed{a > \sqrt{a}}$

$a > 1 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{a} < 1}$

$a > 1 \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{1} \Rightarrow \boxed{\sqrt{a} > 1}$

P4

$a^2 > a > \sqrt{a} > 1 > \frac{1}{a}$

C/c : $\boxed{a^2 > a > \sqrt{a} > \frac{1}{a}}$. pour $a > 1$

5

$\frac{8}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2} - \frac{1}{\sqrt{xy}} =$

$$= \frac{8\sqrt{xy} - 2\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2 \cdot \sqrt{xy}} \qquad = D > 0$$

$$= \frac{8\sqrt{xy} - 2\left(x + y + 2\sqrt{x}\sqrt{y}\right)}{D}$$

$$= \frac{8\sqrt{xy} - 2x - 2y - 4\sqrt{xy}}{D}$$

$$= \frac{-2x - 2y + 4\sqrt{xy}}{D}$$

$$= \frac{-2\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)}{D}$$

$$= -2\,\frac{\left[(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2\right]}{D}$$

$$= -2\,\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{D} < 0$$

d'où $\boxed{\dfrac{8}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2} < \dfrac{2}{\sqrt{xy}}}$

5

Exo2

1

a-) $-2 < x+1 < 2 \iff -3 < x < 1$

$\iff \boxed{x \in]-3;1[}$

b) $-5 \leq x-3 \leq 5 \iff -2 \leq x \leq 8$

6

$\iff \boxed{x \in [-2;8]}$

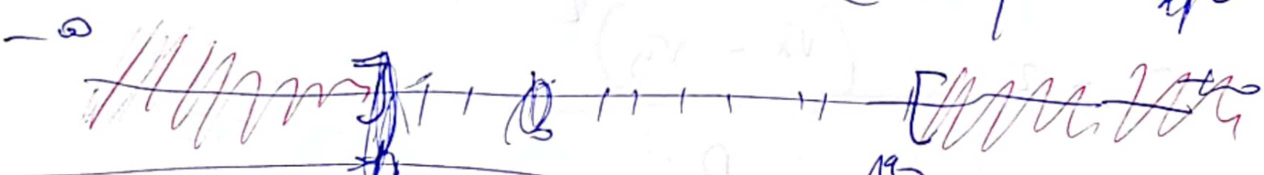
c) $|x-3| \geq 6 \iff x \in]-\infty; 3-6] \cup [3+6; +\infty[$

$\iff \boxed{x \in]-\infty; -3] \cup [9, +\infty[}$

Autre méthode : Résolvons $|x-7| < 3$.

$\Rightarrow -3 < x-7 < 3 \iff -3+7 < x < 7+3$

$\iff 4 < x < 10$

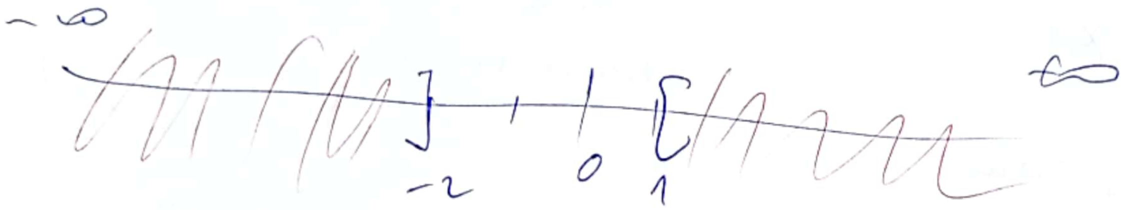


$\boxed{x \in]-\infty; 4] \cup [10; +\infty[.}$

d) Résolvons $|2x+1| < 3$

$-3 < 2x+1 < 3 \iff -4 < 2x < 2$

$\iff -2 < x < 1$



$\boxed{x \in \left]-\infty ; -2\right] \cup \left[1 ; +\infty\right[}$

7

2)

a- $\sqrt{5} \simeq 2,236068$

b- ~~$\sqrt{5} \simeq$~~ $2,236$.

c- $2,23606798$

d- $x \simeq 2.10^8$

3)

a- $\left]-\infty ; -2\right]$.

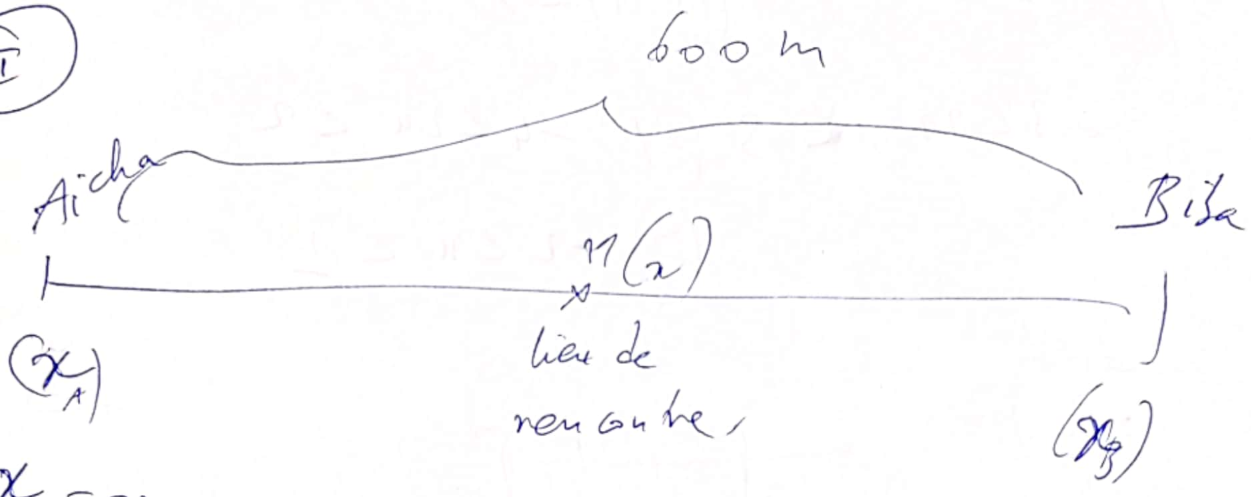
b- $\left[-\frac{1}{2} ; 3\right[$

c- $\left[-1 ; 0\right[$

d- $\left]-\infty ; -2\right[\cup \left]5 ; +\infty\right[$.

$\boxed{\text{Exo 3}}$

I



$x_A = 0\,m$

$x_B = 600\,m$

i) $x \in [x_A ; x_B] \iff x \in [0 ; 600]$

ii) distance $(x_A ; x) \leq 300$ et
distance $(x_B ; x) \leq 400$

$\iff |x - 0| \leq 300$ et $|x - 600| \leq 400$

$\iff |x| \leq 300$ et $|x - 600| \leq 400$

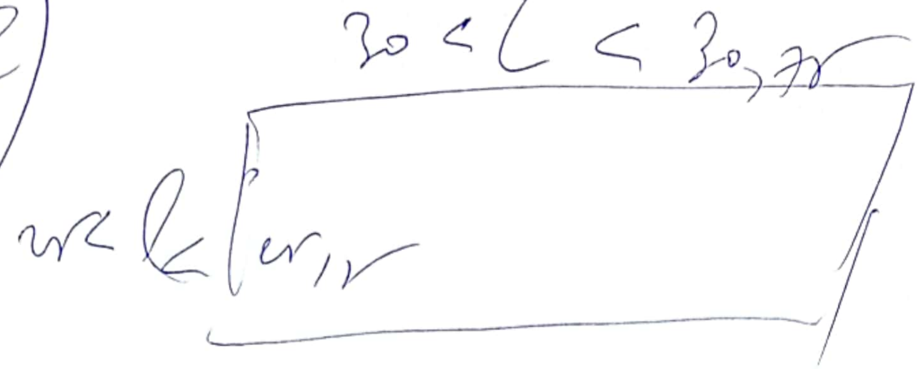
$\iff -300 \leq x \leq 300$ et $-400 \leq x - 600 \leq 400$

$\iff x \in [-300 ; 300]$ et $x \in [200 ; 1000]$

$x \in [200 ; 300]$

C/C : La rencontre a lieu entre 200 et 300 m de la maison de Aicha

II)



$P = 2(L+l)$

$55 < L+l < 56,25$

$110 < P < 112,50$

$110 < P < 112,5$

$\boxed{P < 112 m}$