



LYCEE DE BOROMO

PROF : M KABRE

CLASSE : 2nde C

ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025

DATE : 13/01/2025

DUREE : 2h30mn

EVALUATION N° 3 de MATHEMATIQUES

Exercice 1 (3,5pts)

- 1) On donne $2,15 \leq x \leq 2,18$. Déterminer une valeur approchée de x , en précisant son incertitude. (1pt)
- 2) Comparer les nombres suivants : $\frac{5}{2\sqrt{7}}$ et $\frac{5}{6}$ (0,5pt)
- 3) Ecrire $A = \frac{(27^4 \times 2^{-3})^3}{(9^{-1} \times 6^2)^4}$ à l'aide de puissances entières de nombres premiers : (1pt)
- 4) Exprimer $B = \{x \text{ tels que } d(x, 3) \geq 5\}$ sous forme de réunion d'intervalles (1pt)

Exercice 2 (4,5pts)

- 1) On donne $\overrightarrow{SU} = \frac{6}{5}\overrightarrow{ST}$ compléter $\overrightarrow{TU} = \dots \overrightarrow{TS}$ et $\overrightarrow{UT} = \dots \overrightarrow{US}$ (1pt)
- 2) Soit L, M, P trois points du plan tels que $\overrightarrow{ML} = 3\overrightarrow{MP}$; les vecteurs $\overrightarrow{ML}$ et $\overrightarrow{LP}$ sont-ils colinéaires ? justifier (1pt)
- 3) ABCD est un parallélogramme de centre O. justifier que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ est une base de $\mathcal{V}$ puis déterminer dans cette base les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{OB}$ (2,5pts)

Exercice 3 (9pts)

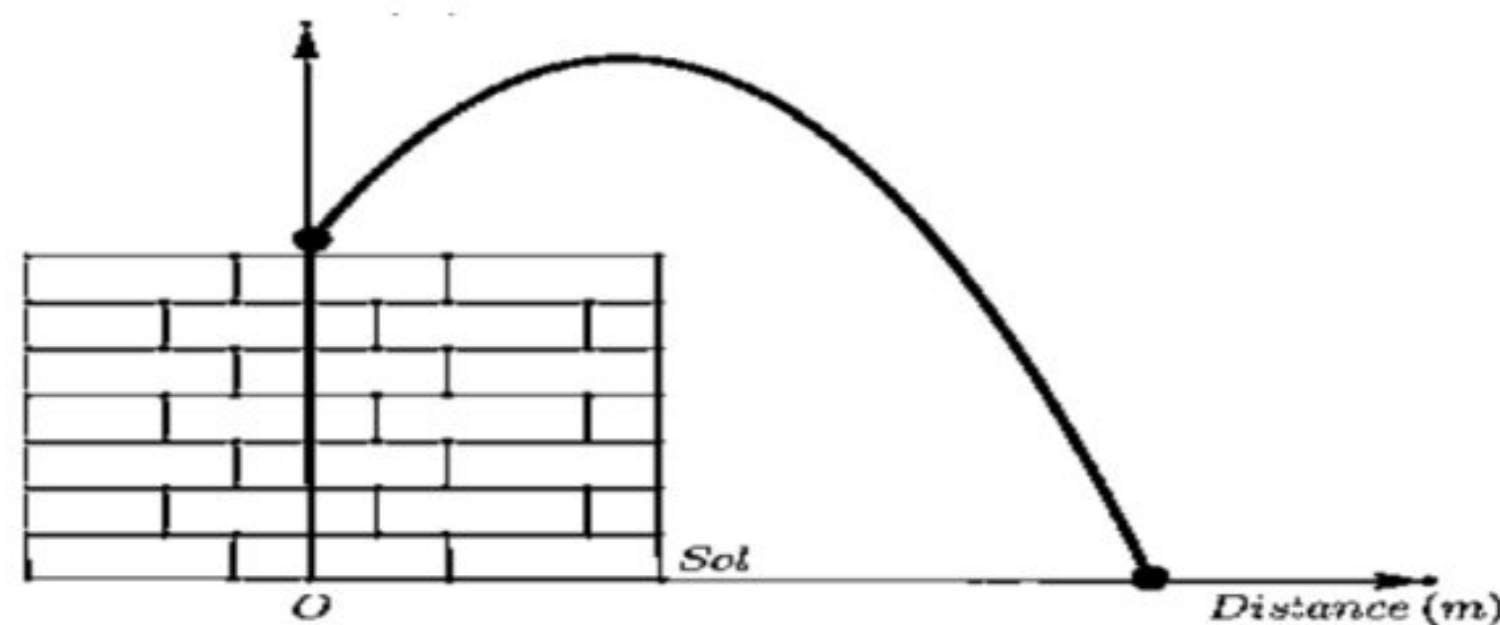
- 1) Donner la forme canonique des polynômes suivants :
a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ b) $g(x) = 12x^2 - 12x + 3$ c) $h(x) = -3x^2 + x - 4$ (1,5pt)
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a) $x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2} = 0$ b) $2x^2 - x - 1 = 0$ c) $2x^2 + x + 1 = 0$ (1,5pt)
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
a) $6x^2 + x - 2 < 0$ b) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 \leq 0$ c) $-x^2 + x - \frac{1}{2} > 0$ (1,5pt)
- 4) Soit a un réel et f un polynôme du second degré défini par :

$f(x) = -x^2 + (a - 1)^2x + 3$. Pour quelles valeurs du réel a le nombre -1 est-il solution de l'équation $f(x) = 0$? (1,5pt)

- 5) Soit f un polynôme de la forme $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $S(\frac{1}{4}; \frac{-9}{8})$ le sommet de sa parabole. Déterminer l'expression de f sachant que $c = -1$. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 0$. (2pts)
- 6) Soit le polynôme $f(x) = x^2 + ax + b$, déterminer les réels a et b pour que 1 et 2 soient des zéros de f (1pt)

Situation d'intégration (3pts)

Un jeu consiste à sauter d'un mur de forme rectangulaire au sol. L'aire du mur est égale à $10m^2$ et son périmètre égal à $14m$. Le jeu est gagné si la distance séparant le point O au point d'atterrissage au niveau du sol est supérieure à $3m$. Relwéné un élève de la 4^e du lycée de Boromo réalise son saut dont la trajectoire est un arc de parabole représentant un polynôme du second degré dont l'expression est $-x^2 + x + 2$ ($x \in \mathbb{R}$). Après son saut, le jury fait savoir à Relwéné qu'il a perdu le jeu, n'étant pas convaincu de la décision du jury, il demande votre aide. En tant qu'élève de 2^{nde} C, en t'appuyant sur tes connaissances en mathématiques sur les équations et inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$, tu détermineras les dimensions du mur puis prouver à Relwéné qu'il a bel et bien perdu le jeu.



BON COURAGE

Correction devoir n°3

Exo 1

① on donne
 $2,15 \leq x \leq 2,18$
 soit y une v.a
 de x à ε -pres.

on a :

$$|x-y| \leq \varepsilon \quad (\Leftrightarrow)$$

$$-\varepsilon \leq x-y \leq \varepsilon$$

$$y-\varepsilon \leq x \leq y+\varepsilon.$$

Par identification on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} y-\varepsilon = 2,15 \\ y+\varepsilon = 2,18 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y-\varepsilon = 2,15 \\ y+\varepsilon = 2,18 \end{array} \right.$$

$$2y = 4,33$$

$$y = \frac{4,33}{2} = 2,165$$

$$2\varepsilon = 2,18 - 2,15$$

$$2\varepsilon = 0,03$$

$$\varepsilon = 0,015$$

$\varepsilon/c = 2,165$ or une v.a
 de x à ε -pres.

② Comparons $\frac{1}{2\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{6}$.

$$(2\sqrt{7})^2 = 4 \times 7 = 28$$

$$6^2 = 36.$$

$$28 < 36 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{7} < 6 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{7}} > \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{7}} > \frac{1}{6}$$

36

$$A = \frac{(27^4 \times 2^{-3})^3}{(9^{-1} \times 6^2)^4}$$

$$= \frac{(3^3)^4 \cdot 2^{-3}}{(3^2)^{-1} \cdot 3 \cdot 2^2)^4}$$

$$= \frac{(3^{12} \cdot 2^{-3})^3}{(3^{-2} \cdot 3 \cdot 2^2)^4}$$

$$= \frac{(3^{12} \cdot 2^{-3})^3}{(3^{-2} \cdot 3 \cdot 2^2)^4}$$

$$= \frac{(3^{12} \cdot 2^{-3})^3}{(3^{-2} \cdot 3 \cdot 2^2)^4}$$

$$= \frac{3^{36} \cdot 2^{-9}}{2^8}$$

$$= 3^{36} \cdot 2^{-9} \cdot 2^{-8}$$

$$A = 2^{-17} \cdot 3^{36} \quad (112)$$

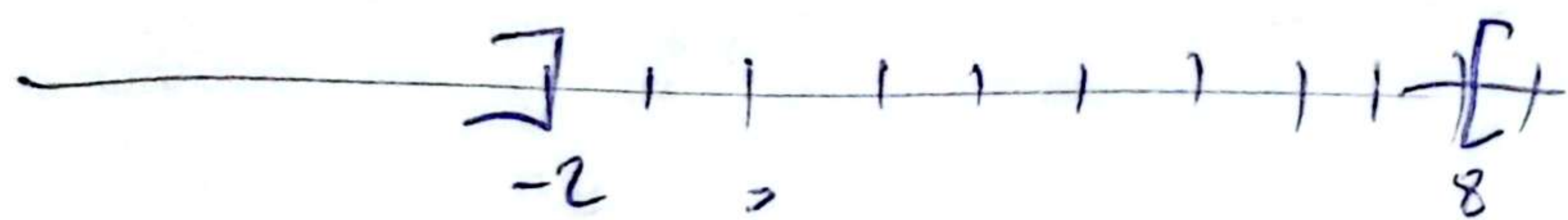
$$(40) B = \{x \mid d(x, 3) \geq 5\}$$

$$|x - 3| \geq 5$$

Résolution $|x - 3| < 5$

$$-5 < x - 3 < 5$$

$$-2 < x < 8$$



$$B = \{x \mid d(x, 3) \geq 5\} \quad (F)$$

$$(112) x \in]-\infty; -2] \cup [8; +\infty[$$

2

Exo 2

$$(1) \vec{SU} = \frac{6}{5} \vec{ST} \quad (1)$$

$$\vec{ST} + \vec{TU} = \frac{6}{5} \vec{ST}$$

$$\vec{TU} = \frac{6}{5} \vec{ST} - \vec{ST} = \frac{1}{5} \vec{ST}$$

$$\vec{TU} = -\frac{1}{5} \vec{TS} \quad (0,112)$$

$$\vec{TU} = -\frac{1}{5} \vec{TS} \Rightarrow \vec{UT} = \frac{1}{5} \vec{TS}$$

$$\Rightarrow \vec{UT} = \frac{1}{5} \vec{TU} + \frac{1}{5} \vec{US}$$

$$\Rightarrow \vec{UT} - \frac{1}{5} \vec{TU} = \frac{1}{5} \vec{US}$$

$$2\vec{UT} + \frac{1}{5} \vec{UT} = \frac{1}{5} \vec{US}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5} \vec{UT} = \frac{1}{5} \vec{US}$$

$$\Rightarrow 6\vec{UT} = \vec{US}$$

$$\Rightarrow \vec{UT} = \frac{1}{6} \vec{US} \quad (0,112)$$

$$(2) \vec{PL} = 3\vec{LP}$$

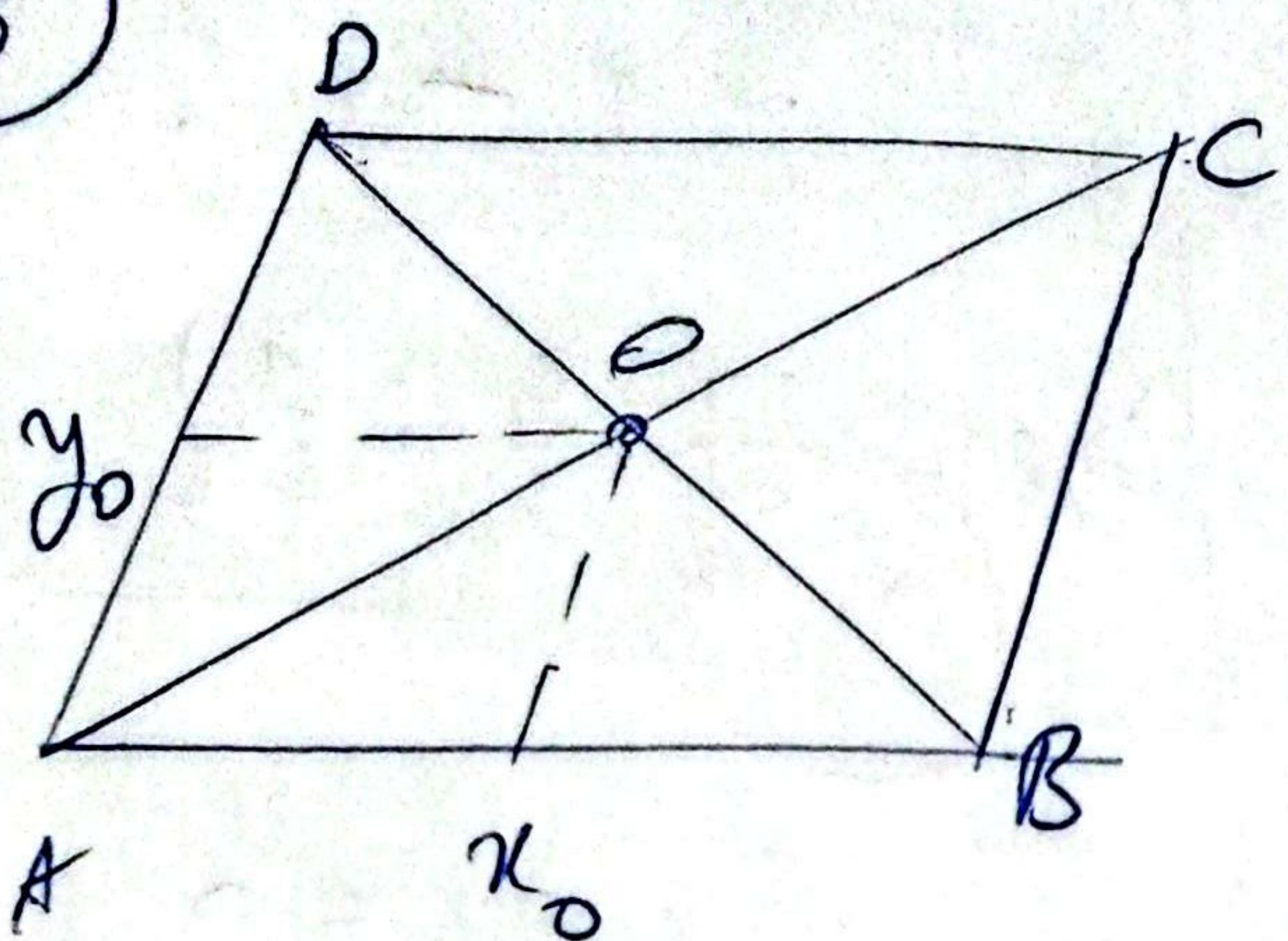
$$\vec{PL} = 3(\vec{PL} + \vec{LP}) \quad \text{ils sont collinéaires}$$

$$\vec{PL} - 3\vec{PL} = 3\vec{LP}$$

$$-2\vec{PL} = 3\vec{LP} \quad (112)$$

$$\vec{PL} = -\frac{3}{2} \vec{LP}$$

③



NB: Pour le cas de $\mathcal{O}$ utiliser les triangles

ABC et ADC .

$ABCD$ étant un parallélogramme, (AD) et (AB) sont

perpendiculaires en A . Par conséquent

les vecteurs $\vec{AD}$ et $\vec{AB}$ sont non colinéaires

et non nuls donc

$(\vec{AB}, \vec{AD})$ forment une base de $\mathcal{O}$.

les coordonnées.

Dans la base $(\vec{AB}, \vec{AD})$ on a:

$A(0;0)$ $B(1;0)$

$C(1;1)$; $D(0;1)$

$O(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

$\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{AD} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{OB} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Exo 3

a. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

$= \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$

b. $g(x) = 12x^2 - 12x + 3$

$= 12(x - \frac{1}{2})^2$

c. $h(x) = -3x^2 + x - 4$

$= -3(x - \frac{1}{6})^2 - \frac{47}{12}$

③

(20)

$$a) x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Delta = 2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \boxed{S_R = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}}$$

0,5 pr

$$b) 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$$

$$\sqrt{\Delta} = 3$$

$$x_1 = \frac{1-3}{4}, \quad x_2 = \frac{1+3}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} \quad = 1$$

$$\boxed{S_R = \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}}$$

0,5 pr

$$c) 2x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times 2 \times 1$$

$$= -7 < 0$$

$$\boxed{S_R = \emptyset}$$

0,5 pr

(30)

$$a) 6x^2 + x - 2 < 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times 6 \times (-2) = 49$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-1+7}{12} = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
S		+	-	+

$$\boxed{S_R = \left] -\frac{2}{3}, \frac{1}{2} \right[}$$

0,5 pr

$$b) x^2 - \sqrt{2}x + 2 \leq 0$$

$$\Delta = 8 - 4 \times 1 \times 2 = 8 - 8 = 0$$

$$x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

x	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
S		+	+

$$\boxed{S_R = \{ \sqrt{2} \}}$$

0,5 pr

$$c) -x^2 + x - \frac{1}{2} > 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times (-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 1 - 2 = -1 < 0$$

x	$-\infty$	$+\infty$
S		-

$$\boxed{S_R = \emptyset}$$

0,5 pr

4

(4) $f(x) = -x^2 + (a-1)x + 3$

-1 solution to $f(x) = 0$ (circled)
 $f(-1) = 0$

$f(-1) = 0 \Leftrightarrow -1 + (a-1)(-1) + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2 - (a-1) = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{2})^2 - (a-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{2} - a + 1)(\sqrt{2} + a - 1) = 0$

$\Leftrightarrow a = 1 + \sqrt{2} \text{ or } a = 1 - \sqrt{2}$ (1 pt)

(5) $S\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{8}\right) = S\left(\frac{-b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ \frac{\Delta}{4a} = \frac{9}{8} \end{cases}$

$\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{9}{8} \Leftrightarrow \frac{b^2 - 4(-2b)(-9)}{4(-2b)} = \frac{9}{8}$

$\frac{b^2 - 8b}{-8b} = \frac{9}{8}$

$\frac{b-8}{-8} = \frac{9}{8}$

$\frac{-b+8}{8} = \frac{9}{8} \Rightarrow -b+8=9$
 $\Rightarrow b=9-8$

$\Rightarrow b=1$

$b = -1$

$a = -b = 2$ (1 pt)

$f(x) = 2x^2 - x - 1$

Resolution pour

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$

$x_1 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{1+3}{4} = 1$

$S_x = \left\{ -\frac{1}{2}; 1 \right\}$ (1 pt)

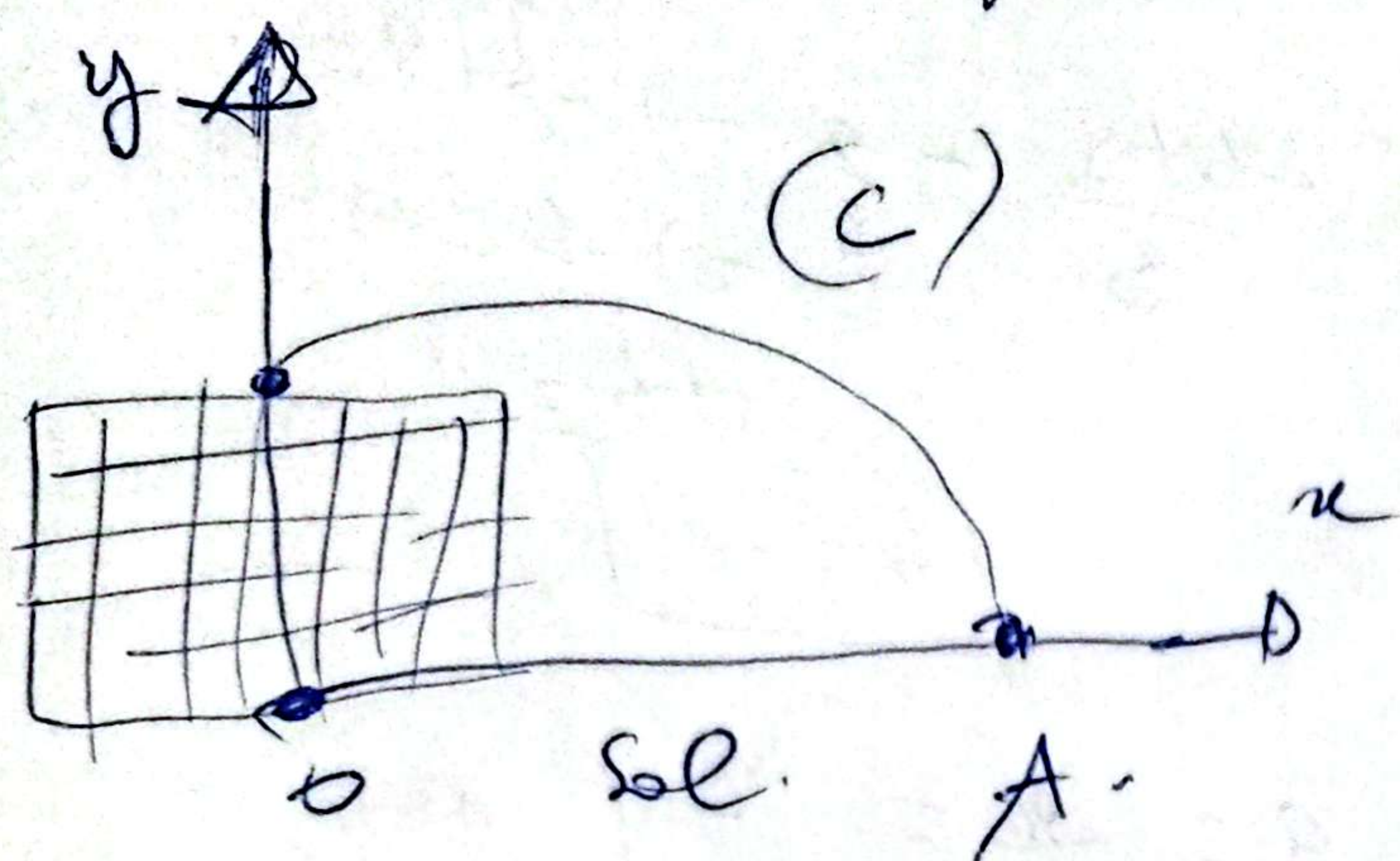
(6)

$\begin{cases} 1+a+b=0 \\ 4+2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3-a=0 \\ -a=3 \end{cases} \Rightarrow a=-3$ (0.5 pt)

$1-3+b=0 \Rightarrow -2+b=0 \Rightarrow b=2$

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ (0.5 pt)

Situation d'intégration



Déterminons les dimensions du mur.

$$\begin{cases} A=10 \\ P=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L \times l = 10 \\ 2(L+l) = 14 \end{cases}$$

$$L+l=7 \Rightarrow L=7-l$$

$$l(7-l)=10$$

$$-l^2 + 7l = 10 \Rightarrow$$

$$-l^2 + 7l - 10 = 0 \text{ ou}$$

$$l^2 - 7l + 10 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4 \times 1 \times 10 = 9$$

$$l_1 = \frac{7-3}{2} = 2 \Rightarrow l_1 = 5$$

$$l_2 = \frac{7+3}{2} = 5 \Rightarrow l_2 = 2$$

Comme $L > l$ alors

on a : $l=2$ et $L=5$

Justifions que Fe/wente a perdu le jeu.

Soit A le point d'atterissage au sol - en

$$A - \text{on a : } -x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \times (-1) \times 2$$

$$= 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{1-3}{-2} ; x_2 = \frac{-1+3}{-2}$$

$$= 2$$

$$= -1$$

$x_A > 0$ donc on a :

$$0A \geq 2 \text{ et } \leq 3$$

donc il a perdu le jeu.

6