Barycentre – 2nd

Classe: Seconde

I. Définitions et propriétés

Activité

Sur une droite (D) muni d'un repère $(A\ ,\ \overrightarrow{AB})$ on donne les points $C(4)\ ,\ D(5)\ ,\ E(9)$ et $F(-4)$.

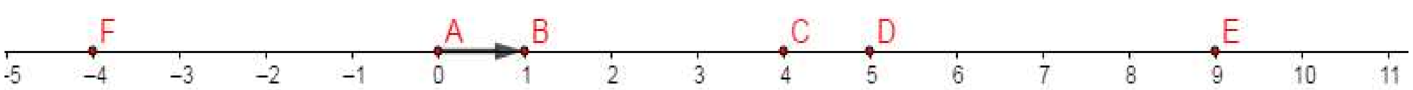
Dans chacun des cas suivants trouver deux réels α et β tels que :

a) $\alpha\overrightarrow{BA}+\beta\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

b) $\alpha\overrightarrow{AD}+\beta\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

c) $\alpha\overrightarrow{BD}+\beta\overrightarrow{BE}=\vec{0}$

Résolution



d'après le graphique on a :

a) $3\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$ donc, $\alpha=3$ et $\beta=1$

b) $\overrightarrow{AD}-5\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ donc, $\alpha=1$ et $\beta=-5$

c) $2\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BE}=\vec{0}$ donc, $\alpha=2$ et $\beta=-1$

I.1 Définitions

A et B deux points du plan, α et β deux réels tels que $\alpha+\beta\neq 0$. Le barycentre de A et B affectés des coefficients respectifs α et β est l'unique point G tel que

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}\quad \text{ou}\quad \alpha\overrightarrow{AG}+\beta\overrightarrow{BG}=\vec{0}$$

On dit aussi que G est le barycentre des points pondérés $(A\ ;\ \alpha)$ et $(B\ ;\ \beta)$

Exercice d'application

Déterminer α et β pour que A soit barycentre de $(B\ ;\ \alpha)$ et $(C\ ;\ \beta)$ dans les cas suivants :

a) $2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

b) $\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

c) $\overrightarrow{BC}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Résolution

a) $2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BA}=\vec{0}\ \Rightarrow\ 2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ donc A est barycentre de $(B\ ;\ -3)$ et $(C\ ;\ 2)$

b)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}\ &\Leftrightarrow\ \overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow\ 4\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BA}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow\ 4\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}=\vec{0}\end{aligned}$$

Donc, A est barycentre de $(C\ ;\ 4)$ et $(C\ ;\ -3)$

c)

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\ &\Leftrightarrow\ 3\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}\\ &\Leftrightarrow\ 3\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{AB}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow\ 3\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}=\vec{0}\\ &\Leftrightarrow\ -5\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}\end{aligned}$$

Donc, A est barycentre de $(B\ ;\ -5)$ et $(C\ ;\ 3)$

Remarques

- Si G est le barycentre de $(A\ ;\ \alpha)$, $(B\ ;\ \beta)$ alors,

$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}\quad\Rightarrow\quad\alpha\overrightarrow{GA}=-\beta\overrightarrow{GB}$

D'où, $A,\ G$ et B sont alignés.

- Si $\alpha=\beta$ alors on a :

$$\begin{aligned}\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}\ &\Rightarrow\ \alpha\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)=\vec{0}\\ &\Rightarrow\ \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}\end{aligned}$$

Donc, G est le milieu de $[AB]$.

- Si $\alpha=\beta$ on dira que G est isobarycentre (même coefficient) de A et B, et G est le milieu de $[AB]$.

I.2 Construction du barycentre de deux points

Activité

Soit A et B deux points du plan tels que $AB=4\ cm$ et M barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 1)$.

1) Exprimer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ puis construire M.

2) Placer deux points A et B tels que $AB = 4\ cm$.

a) Tracer la droite (D_A) passant par A et ne contenant pas B et (D_B) la droite passant par B et parallèle à (D_A).

Soit A' sur (D_A) tel que $\overrightarrow{AA}' = \vec{i}$ et $B' \in (D_B)$ tel que $\overrightarrow{BB}' = -2\vec{i}$.

b) Montrer que M est le barycentre de $(A\ ;\ 2)$ et $(B\ ;\ 1)$ et aussi barycentre de $(A'\ ;\ 2)$ et $(B'\ ;\ 1)$.

c) Construire M.

Résolution

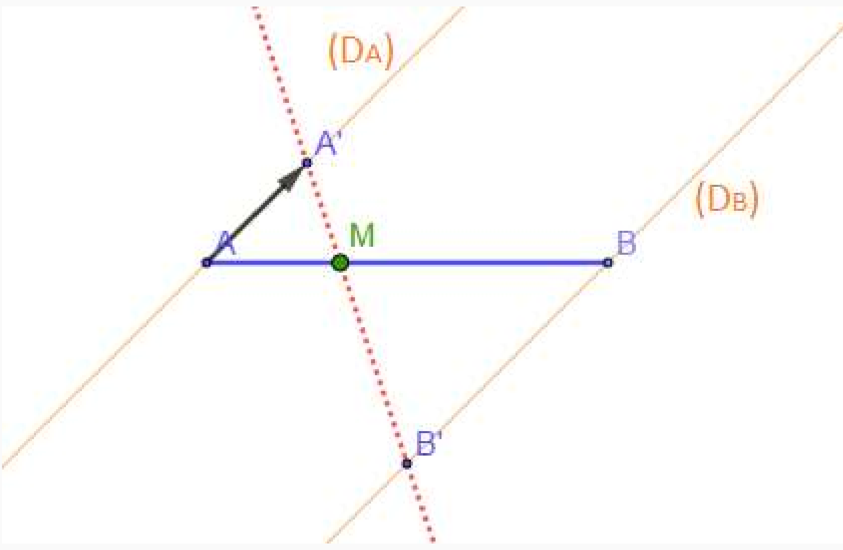
1) M barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 1)$ donc,

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \quad &\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \vec{0} \\ &\Rightarrow \quad 3\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{BA} \\ &\Rightarrow \quad \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

2) M barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 1)$ donc,

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \quad &\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{AA}' + 2\overrightarrow{A'M} + \overrightarrow{BB}' + \overrightarrow{B'M} = \vec{0} \quad \text{or } \overrightarrow{BB}' = -2\overrightarrow{AA}' \\ &\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{A'M} + \overrightarrow{B'M} = \vec{0} \end{aligned}$$

D'où, M barycentre de $(A'\ ;\ 2)$ et $(B'\ ;\ 1)$



I.3 Propriétés

I.3.1 Homogénéité du barycentre

G est le barycentre de $(A;\ \alpha)$, $(B;\ \beta)$ si, et seulement si, G est le barycentre de $(A;\ k\alpha)$ et $(B;\ k\beta)$, $\forall\, k \neq 0$.

Cela revient à dire que le barycentre reste inchangé si on multiplie ses coefficients par un même réel non nul.

Preuve

$$
\begin{aligned}
G \text{ barycentre de } (A;\alpha)\ ,\ (B;\beta) \quad & \Leftrightarrow \quad \alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0} \quad \text{avec } \alpha+\beta \neq 0 \\
& \Leftrightarrow \quad k\left(\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB}\right) = \vec{0}\ ;\ k \neq 0\ ,\ k\alpha + k\beta \neq 0 \\
& \Leftrightarrow \quad (k\alpha)\overrightarrow{GA} + (k\beta)\overrightarrow{GB} = \vec{0}
\end{aligned}
$$

I.3.2 Propriétés caractéristiques

G barycentre de $(A;\ \alpha)\ ,\ (B;\ \beta)$ alors $\forall\ \ M \in \mathcal{P}$, on a :

$$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG} \quad \text{avec } \ \alpha+\beta \neq 0$$

ou encore

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}}{\alpha+\beta}$$

Preuve

G barycentre de $(A;\ \alpha),\ (B;\ \beta)$, montrons que $\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

G barycentre de $(A;\ \alpha),\ (B;\ \beta)$ si, et seulement si, $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$ avec $\alpha+\beta \neq 0$.

On a :

$$
\begin{aligned}
\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} \quad & = \quad \alpha\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right) + \beta\left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right) \\
& = \quad (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG} + \alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} \\
& = \quad (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG} + \vec{0} \quad \text{car} \alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}
\end{aligned}
$$

du fait que G est le barycentre du système $(A;\ \alpha)\ ,\ (B;\ \beta)$

Réciproquement, supposons $\forall\ \ M \in \mathcal{P},\ \ \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$ et que $\alpha+\beta \neq 0$

On a :

$$
\begin{aligned}
\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} \quad & = \quad \alpha\overrightarrow{MG} + \alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{MG} + \beta\overrightarrow{GB} \\
& = \quad (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG} + \alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} \\
& = \quad (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}
\end{aligned}
$$

Donc, $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

D'où, G barycentre de $(A;\ \alpha)\ ,\ (B;\ \beta)$

I.4 Coordonnées du barycentre

G barycentre du système $(A;\ \alpha)\ ,\ (B;\ \beta)$ alors,

$$
\begin{aligned}
\forall\ M \in \mathcal{P}\ ,\ \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} \quad & = \quad (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG} \\
\Rightarrow \qquad \overrightarrow{MG} \quad & = \quad \frac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}}{\alpha+\beta}
\end{aligned}
$$

Dans le plan muni du repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on a : $\overrightarrow{OG} = \dfrac{\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}}{\alpha+\beta}$

Donc, G a pour coordonnées :

$$x_G = \frac{\alpha.x_A + \beta.x_B}{\alpha+\beta}$$

$$y_G = \frac{\alpha.y_A + \beta.y_B}{\alpha+\beta}$$

I.5 Réduction de $\vec{v} = \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}$

- Si $\alpha+\beta \neq 0$ alors, le système $(A,\ \alpha),\ \ (B,\ \beta)$ admet un barycentre. Soit G ce barycentre.

On a :

$$\begin{array}{rcl}\vec{v} & = & \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} \\ & = & (\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}\end{array}$$

- $\alpha+\beta = 0$, le système $(A,\ \alpha),\ \ (B,\ \beta)$ n'admet pas de barycentre.

On a alors :

$$\begin{array}{rcl}\vec{v} & = & \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} \\ & = & \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{AB} \\ & = & (\alpha+\beta)\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{AB}\end{array}$$

Donc, $\vec{v} = \beta\overrightarrow{AB}$ est un vecteur constant (ou indépendant de M).

II. Barycentre de trois points

II.1 Définitions

Soient $A,\ B$ et C trois points du plan, affectés des coefficients $\alpha,\ \beta$ et γ; des réels. On dit que G est le barycentre de $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$ avec $\alpha+\beta+\gamma \neq 0$ si :

$$\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

G est unique.

Expérience

1) Soit $ABCD$ un parallélogramme, déterminer α , β et γ pour que D soit barycentre de $(A\ ;\ \alpha);,\ (B\ ;\ \beta)$ et $(C\ ;\ \gamma)$.

2) Soit $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$, déterminer b , c et d pour que A soit barycentre de $(B\ ;\ b);,\ (C\ ;\ c)$ et $(D\ ;\ d)$.

Résolution

1)

$$\begin{array}{rcl}ABCD\ \text{ parallélogramme} & \Rightarrow & \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ & \Rightarrow & \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0} \\ & \Rightarrow & -\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}\end{array}$$

Donc, D est bien barycentre de $(A\ ;\ -1);,\ (B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ -1)$.

2)

$$\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$$

D'où, A est barycentre de $(B\ ;\ 3);,\ (C\ ;\ -3)$ et $(D\ ;\ 1)$.

II.2 Remarques

G est le barycentre du système $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$. Si $\alpha = \beta = \gamma$ on dira que G est isobarycentre de $A,\ B$ et C.

On a donc

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Ainsi, G est centre de gravité du triangle ABC.

II.3 Propriétés

II.3.1 Homogénéité

G est le barycentre du système $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$ si, et seulement si, $\forall\ k \neq 0$, G est barycentre de $(A,\ k\alpha),\ (B,\ k\beta),\ (C,\ k\gamma)$.

Le barycentre reste inchangé si on multiplie les coefficients par un réel non nul.

II.3.2 Propriétés caractéristiques

G est le barycentre du système $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$ si, et seulement si,

$$\forall\ M \in \mathcal{P}\ , \quad \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{MG}$$

Par suite,

$$\overrightarrow{MG} = \frac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}}{\alpha + \beta + \gamma}$$

II.3.3 Associativité du barycentre

Si G est le barycentre de $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$ et si I est le barycentre de $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta)$ alors, G est le barycentre de $(I,\ \alpha + \beta),\ (C,\ \gamma)$.

Preuve

G barycentre de $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$ alors, $\alpha\overrightarrow{GA} + \beta\overrightarrow{GB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ avec $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

Donc,

$$\alpha\left(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA}\right) + \beta\left(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB}\right) + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \alpha\overrightarrow{GI} + \alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{GI} + \beta\overrightarrow{IB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad (\alpha + \beta)\overrightarrow{GI} + \alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Or, I est le barycentre de $(A,\ \alpha),\ (B, \beta)$ donc, $\alpha\overrightarrow{IA} + \beta\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

Par suite, $(\alpha + \beta)\overrightarrow{GI} + \gamma\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ avec $(\alpha + \beta) + \gamma \neq 0$

D'où, G est barycentre de $(I,\ (\alpha + \beta)),\ (C,\ \gamma)$.

II.4 Coordonnées du barycentre

G barycentre du système $(A,\ \alpha),\ (B,\ \beta),\ (C,\ \gamma)$.

On a :

$$\begin{aligned}\forall\ M \in \mathcal{P}\ ,\ \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC} &= (\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG} \\ \Rightarrow \qquad \overrightarrow{MG} &= \dfrac{\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} + \gamma\overrightarrow{MC}}{\alpha+\beta+\gamma}\end{aligned}$$

Dans le plan muni du repère $(O;\ \vec{i},\ \vec{j})$, pour $M = O$ on a :

$$\overrightarrow{OG} = \dfrac{\alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} + \gamma\overrightarrow{OC}}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Donc, G a pour coordonnées :

$$x_G = \dfrac{\alpha.\, x_A + \beta.\, x_B + \gamma.\, x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$y_G = \dfrac{\alpha.\, y_A + \beta.\, y_B + \gamma.\, y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Dans le repère $\left(A;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right)$ on a :

$$\overrightarrow{AG} = \dfrac{\beta\overrightarrow{AB} + \gamma\overrightarrow{AC}}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Donc, G aura pour coordonnées :

$$x_G = \dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}$$

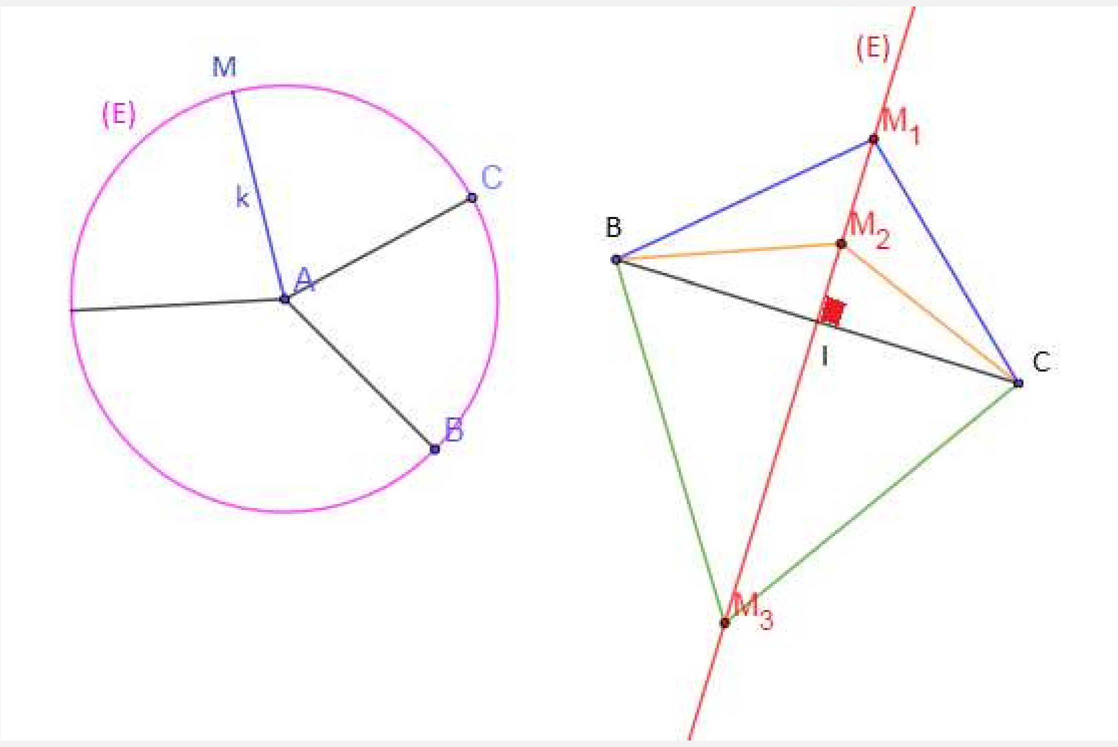
$$y_G = \dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}$$

II.5 Ensemble de points

A, B et C trois points non alignés du plan $\mathcal{P}$.

. $\mathbf{E} = \left\{M \in \mathcal{P}\ ;\ ||\overrightarrow{AM}|| = k > 0\right\}$ est le cercle de centre A et de rayon k noté $\mathcal{C}(A\ ,\ k)$.

. $\mathbf{E} = \left\{M \in \mathcal{P}\ ;\ ||\overrightarrow{MB}|| = ||\overrightarrow{MC}||\right\}$ est la médiatrice du segment $[BC]$.



Exercice d'application

Soit un triangle ABC tel que $AB = 6\ cm$, $BC = 4\ cm$, $AC = 5\ cm$

1) Construire I et J tels que I soit barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 1)$ et $(C\ ;\ 2)$, J barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(B\ ;\ 3)$ et $(C\ ;\ -1)$.

2) Déterminer l'ensemble E_1 des points M tels que

$$||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|| = ||2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}||$$

3) Déterminer l'ensemble E_2 des points M tels que

$$||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|| = ||\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}||$$

Résolution

1) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, considérons K barycentre de $(A\ ;\ 1)$, $(B\ ;\ 1)$.

$\alpha = \beta$ donc K est milieu de $[AB]$, d'où I barycentre de $(K\ ;\ 2)$, $(C\ ;\ 2)$ donc I est milieu de $[KC]$.

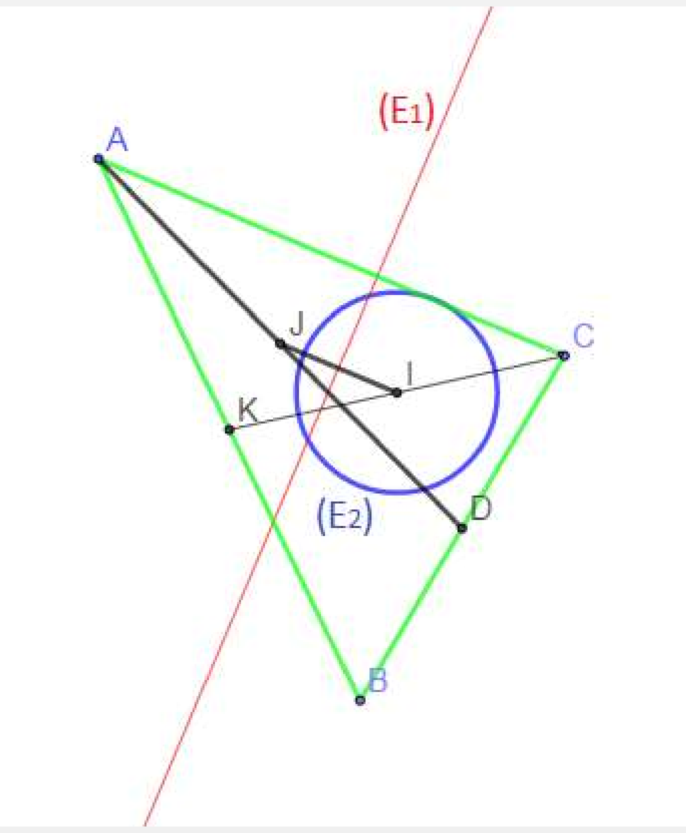
$2\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JB} - \overrightarrow{JC} = \vec{0}$, considérons D barycentre de $(B\ ;\ 3)$, $(C\ ;\ -1)$ alors,

$$\begin{aligned} 3\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0} \quad &\Rightarrow \quad 3\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{BC} = \vec{0} \\ &\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BC} \\ &\Rightarrow \quad \overrightarrow{DB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

Donc, D est milieu de $[BC]$

Par suite, J est barycentre de $(A\ ;\ 2)$, $(D\ ;\ 2)$.

D'où, J est milieu de $[AD]$.



2) Déterminons l'ensemble des points M tels que

$$||\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|| = ||2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}||$$

I barycentre de $(A\ ;\ 1)\ ,\ (B\ ;\ 1)\ ,\ (C\ ;\ 2)$ et J barycentre de $(A\ ;\ 2)\ ,\ (B\ ;\ 3)\ ,\ (C\ ;\ -1)$ alors,

$$\begin{aligned}||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}||=||2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}|| &\Leftrightarrow ||4\overrightarrow{MI}||=||4\overrightarrow{MJ}||\\ &\Leftrightarrow ||\overrightarrow{MI}||=||\overrightarrow{MJ}||\end{aligned}$$

Donc, E_1 est la médiatrice de $[IJ]$

3) Déterminons l'ensemble des points M tels que

$$||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}||$$

$$\begin{aligned}||\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}||=||\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}|| &\Leftrightarrow ||4\overrightarrow{MI}||=||\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MB}||\\ &\Leftrightarrow ||4\overrightarrow{MI}||=||\overrightarrow{CB}||\\ &\Leftrightarrow ||\overrightarrow{MI}||=\frac{1}{4}||\overrightarrow{CB}||\end{aligned}$$

Or, $BC=4\ cm$ donc, E_2 est le cercle de centre I et de rayon 1.

Auteur:
Seyni Ndiaye & D. Faye