# Correction équations de droites, centre de gravité, régionnement

1. *A* est à l'intersection de (*AB*) et (*AC*). Ses coordonnées ($x_A$ ; $y_A$) sont solutions du système $\begin{cases} y = x+3 \\ x+2y+6=0 \end{cases}$ c'est-à-dire $\begin{cases} -x+y-3=0 \\ x+2y+6=0 \end{cases}$.

En additionnant les deux lignes, on trouve : $3y + 3 = 0$ et donc : $y = -1$. En reportant dans une équation, il vient $x = -4$.

*B* a pour ordonnée 5 et appartient à (*AB*) d'équation $y = x + 3$. Son abscisse vaut 2.

*C* a pour ordonnée $-4$ et appartient à (*AC*) d'équation $x + 2y + 6 = 0$. On résout l'équation $x+2(-4)+6 = 0$ ce qui donne $x = 2$.

*B*' est le milieu de [*AC*]. Ses coordonnées sont donc : $\left( \frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_c}{2} \right) = \left( -1 ; -\frac{5}{2} \right)$.

2. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées : $( x_C - x_A ; y_C - y_A )$, ce qui donne (6 ; −3).

*M*(*x* ; *y*) appartient à (*AC*) équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires ce qui équivaut encore à déterminant( $\overrightarrow{AM}$ ; $\overrightarrow{AC}$ ) = 0, c'est-à-dire $\begin{vmatrix} x+4 & 6 \\ y+1 & -3 \end{vmatrix} = 0$ ou encore $-3(x + 4)-6(y + 1) = 0$.

Après simplification, l'équation *réduite* de (*AC*) est : $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

Les points *B* et *C* ont la même abscisse 2. La droite (*BC*) est donc parallèle à l'axe des ordonnées, son équation réduite est $x = 2$.

3. Pour que *ABCD* soit un parallélogramme, il faut que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Appelons $x_D$ et $y_D$ l'abscisse et l'ordonnée du point *D*. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont (6 ; 6) et celles de $\overrightarrow{DC}$ sont ($2-x_D$ ; $-4-x_D$). Les vecteurs sont égaux lorsque leurs coordonnées sont égales : $x_D = -4$ et $y_D = -10$ ; conclusion *D*(−4 ; −10).

4. La droite (*AB*) a pour coefficient directeur 1. (d) est parallèle à (*AB*) et a donc le même coefficient directeur. Son équation réduite est donc de la forme $y = x + k$.

Or (d) passe par le point $B'\left( -1 ; -\frac{5}{2} \right)$ ; on trouve, en remplaçant, $k = -\frac{3}{2}$. Une équation de (d) est donc : $y = x - \frac{3}{2}$.

Les point d'intersection avec les axes ont, soit une abscisse nulle, soit une ordonnée nulle.

Ces points ont donc pour coordonnées : $\left( 0 ; -\frac{3}{2} \right)$ et $\left( \frac{3}{2} ; 0 \right)$.

5. Sur la figure, il **semble** que le centre de gravité du triangle *ABC* soit le point *O*. Pour le vérifier, montrons que *O* vérifie la relation vectorielle : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, en utilisant les coordonnées.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ a pour coordonnées : ($x_A + x_B + x_C$ ; $y_A + y_B + y_C$). Or $x_A + x_B + x_C = -4+2+2 = 0$ et $y_A + y_B + y_C = -1+5-4 = 0$. Donc la relation est vérifiée. Le centre de gravité de *ABC* est *O*.

6. Comme *ABCD* est un parallélogramme, (*AD*) et (*BC*) sont parallèles. D'après 2. l'équation réduite de (*AD*) est donc $x = -4$ (droite parallèle à l'axe des orodnnées).

Les coordonnées de *E* vérifient donc le système $\begin{cases} x = -4 \\ y = x - 3/2 \end{cases}$, soit *E*(−4 ; −11/2). Les coordonnées de *F* vérifient le système $\begin{cases} x = 2 \\ y = x - 3/2 \end{cases}$ : *F*(2 ; 1/2).

Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées : (2−(−4) ; (1/2)−(11/2)) = (6 ; 6). Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc égaux, *ABFE* est un parallélogramme .

7. Soit $G(x_G\,;y_G)$ le centre de gravité de $ADC$. Alors $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. Avec les coordonnées, cela se traduit par : $\begin{cases}(-4-x_G)+(-4-x_G)+(2-x_G)=0\\(-1-y_G)+(-10-y_G)+(-4-y_G)=0\end{cases}$.

D'où, après résolution des deux équations : G $(-2\,;-5)$. Comme $G$ appartient à (d'), ses coordonnées vérifient l'équation $3x-y+k=0$, d'où : $3(-2)-(-5)+k=0$ et finalement : $k=1$.

8. Voir le graphique (un des côtés est compris dans l'ensemble cherché).