



FICHE DE MATHS

GÉNÉRALITES SUR LES FONCTIONS

APPLICATIONS DU COURS

Exercice 1

Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} dont le calcul de l'image est donné par le programme suivant :

- Prendre un nombre réel ;
- Elever ce nombre au carré ;
- Ajouter -4 ;
- Prendre l'inverse ;
- Multiplier par la racine carrée du nombre pris au départ.

Ecris la formule explicite de cette fonction.

Exercice de fixation 1

Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -2x^3 + 5x^2 + 4x + 1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{3x-5}{-x+2}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{-x}}$$

Exercice 2

On considère la fonction :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{2x-5}{3-x}$$

dont l'ensemble de définition est $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

- 1) Calcule les images par f des nombres réels 0 ; 2 ; 4.
- 2) Calcule l'antécédent par f du nombre réel -1.

Exercice de fixation

Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = 2x^2 - 1$ et $A = \{-1; 0; 1; 5\}$.

Détermine l'image directe de A par f .

Exercice de fixation 2

Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = 2x - 1$ et $B = \{0; -1; 3\}$.

Détermine l'image réciproque de B par f .

Exercice de fixation 3

Soit les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 \qquad \qquad \qquad x \mapsto x|x|$$

Démontre que f et g sont égales sur $[0; +\infty[$.

Exercices de fixation 4

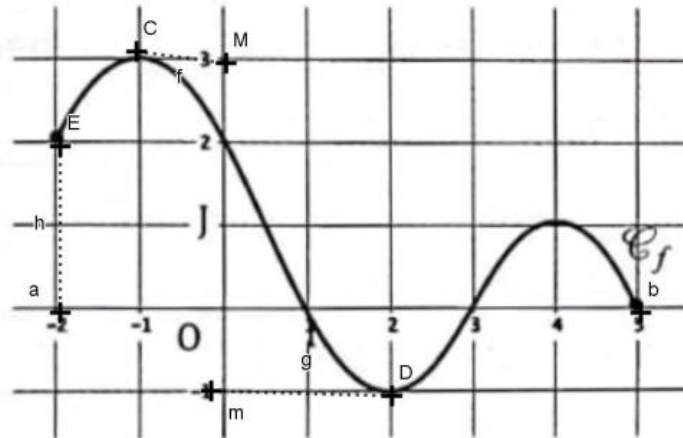
Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = (x - 3)^2 + 1$

Étudie les variations de f sur $]-\infty; 3]$ et sur $[3; +\infty[$.

Exercice 3

Sur figure ci-dessous, (C_f) est la représentation graphique d'une fonction f sur l'intervalle $[-2; 5]$.

Détermine le maximum et le minimum de f sur $[-2; 5]$.



EXERCICES D'APPROFONDISSEMENT

Exercice 1

Soit les fonctions f, g, h et k de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par leurs expressions explicites. Détermine l'ensemble de définition de chacune d'elles.

$$1) f(x) = (2x^2 + 3)(x - 4) ; \quad 2) g(x) = \frac{2x + 3}{(x - 1)(-x + 5)} ; \quad 3) h(x) = \sqrt{-3x + 3}$$

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J) . (C_g) est la représentation graphique de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^2 + 1$.

- 1) Les points $E \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $F \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $G(3; 20)$ appartiennent-ils à (C_g) ?
- 2) Justifie que la fonction g est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- 3) Justifie que la fonction g est strictement décroissante sur $]-\infty; 0]$.

Exercice 3

Soit f et g , les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$

Démontre que les fonctions f et g sont égales sur \mathbb{R} .

Exercice 4

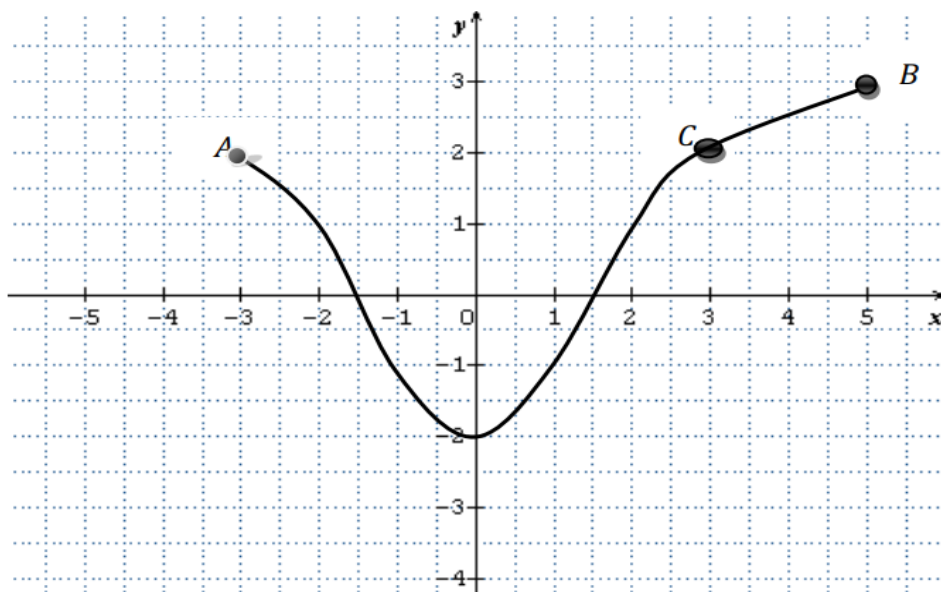
Réponds par vrai ou par faux aux affirmations suivantes :

N°	Affirmations	Réponses
1	On appelle fonction de A vers B toute correspondance de A vers B, qui à tout élément de A associe 0 ou 1 élément de B.	
2	On appelle fonction de A vers B toute correspondance de A vers B, qui à tout élément de A associe au moins deux éléments de B	
3	Si f est une fonction, de A vers B, B est l'ensemble de départ et A l'ensemble d'arrivée de f	
4	Par une fonction, un élément de l'ensemble d'arrivée peut avoir plusieurs antécédents dans l'ensemble de départ	

Exercice 5

Soit f la fonction dont la courbe (C_f) est donnée ci-après

- 1) Détermine graphiquement l'ensemble de définition de f .
- 2) Lis graphiquement les images par f de 2 et 0.
- 3) Lis graphiquement le(s) antécédents par f de 2 et -2 .



Exercice 6

Traduis les phrases suivantes à l'aide d'égalités :

- a) -5 est l'image de 4 par la fonction h ;
- b) L'image de 2 par la fonction f est 0 ;
- c) 5 est l'antécédent de -3 par la fonction g .

Exercice 7

Relie chaque expression explicite de fonction à son ensemble de définition.

$f(x) = x^2 + 2$	•	$\mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$
$g(x) = \frac{x+1}{5-x}$	•	\mathbb{R}
$h(x) = \sqrt{x-7}$	•	$[0; +\infty[$
$j(x) = \sqrt{x}$	•	$\mathbb{R} \setminus \{5\}$
$k(x) = \frac{3x}{(x-5)(x+1)}$	•	$[7; +\infty[$

Exercice 8

Soit $f(x) = -x^2 + 5$ et $g(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

- 1) Calcule l'image par f et g de 0 ; -2 et $\sqrt{2}$.
- 2) Détermine le ou les antécédents de 1 par chaque fonction.

Exercice 9

f et g sont des fonctions définies par :

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x \text{ et } g(x) = \frac{2}{x^4} - \frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^2} - \frac{5}{x}$$

- 1) Détermine D_f et D_g les ensembles de définition respectifs des fonctions f et g .
- 2) Calcule l'image par f et g de chacun des nombres suivants : 10^{-1} ; 10 ; -10 ; -10^{-1}

Exercice 10

h est la fonction définie par : $h(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$. (C_h) est la courbe représentative de h .
Détermine l'ordonnée du point de (C_h) dont l'abscisse est $\frac{-2}{3}$.

Exercice 11

Dans chacun des cas suivants, dire si les fonctions f et g sont égales sur \mathbb{R} ou non. Sinon préciser le plus grand ensemble sur lequel f et g coïncident.

- 1) $f(x) = x$ et $g(x) = \frac{x^3-x}{x^2-1}$
- 2) $f(x) = \sqrt{x^2}$ et $g(x) = |x|$

Exercice 12

Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = \frac{3x}{x^2-2x+1}$
- 2) $g(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x+4}$
- 3) $h(x) = \sqrt{-3x+9}$
- 4) $j(x) = \frac{5x}{x^2+3}$
- 5) $p(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x+1}$
- 6) $r(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$

Exercice 13

On donne la fonction h de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $h(x) = \frac{3}{x^2+2}$

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_h de la fonction h .
- 2) Démontre que $\frac{3}{2}$ est le maximum de h .

Exercice 14

I- On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = (x-2)^2 + 1$

- 1) Démontre que f est croissante sur $[2; +\infty[$
- 2) Démontre que f est décroissante sur $] -\infty; 2]$
- 3) Dresse le tableau de variation de f .
- 4) En déduis que f n'est ni croissante ni décroissante sur $[1; 5]$

Exercice 15

L'unité est le centimètre.

Un rectangle a pour périmètre constant égal à 40. On note x sa longueur et h sa largeur. On se propose de trouver ses dimensions lorsqu'il a une aire maximale.

- 1) Exprime sa largeur h en fonction de x .
- 2) Justifie que l'aire est égale à : $-(x-10)^2 + 100$
- 3) Démontre que pour x égal à 10, l'aire est maximale et détermine ce maximum.

Exercice 16

I-La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction numérique g .

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_g de la fonction g .
- 2) Détermine s'ils existent le maximum et le minimum de g sur D_g .
- 3) Précise les variations de la fonction g sur D_g .
- 4) Dresse le tableau de variation de g sur D_g .

