b. Comparaison

Comparer deux nombres, c'est chercher lequel est le plus grand des deux (sauf s'ils sont égaux).

Règle : Comparer deux nombres équivaut à étudier le signe de leur différence

$$\mathbf{a < b \Leftrightarrow a - b < 0}$$
$$\mathbf{a > b \Leftrightarrow a - b > 0}$$
$$\mathbf{a = b \Leftrightarrow a - b = 0}$$

Exemple :

Comparer x^2 et $6x - 9$.

On calcule la différence : $x^2 - (6x - 9) = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 > 0$ (un carré est toujours > 0)

Donc pour toute valeur de x, on a $x^2 > 6x - 9$.

c. Définition mathématique

Soif f une fonction définie sur un intervalle I.

f est **croissante** sur I quand, pour tous réels a et b de I, f(a) et f(b) sont **dans le même ordre** que a et b.

f est **décroissante** sur I quand, pour tous réels a et b, f(a) et f(b) sont **dans l'ordre inverse** de a et b.

Technique :

1. On choisit a < b sur un intervalle I.
2. On étudie le signe de f(b) – f(a)
3. Si f(b) – f(a) est **positif**, alors f(a) < f(b) donc f **croissante** sur I
   Si f(b) – f(a) est **négatif**, alors f(a)> f(b) donc f **décroissante** sur I

Exemple :

On considère la fonction f : $x \mapsto (x - 1)^2 - 3$

$$\begin{aligned} f(b) - f(a) &= [(b-1)^2 - 3] - [(a-1)^2 - 3] \\ &= (b-1)^2 - 3 - (a-1)^2 + 3 \\ &= (b-1)^2 - (a-1)^2 \\ &= (b - 1 - a + 1)(b - 1 + a - 1) \\ &= (b - a)(b + a - 2) \end{aligned}$$

Soit a et b $\in\ ]-\infty ; 1]$ avec a< b. Dans ce cas (b – a) > 0 et (b + a – 2) < 0

Conclusion : Si a < b, alors f(a) > f(b) donc la fonction f est décroissante sur $]-\infty ; 1]$

Soit a et b $\in [1 ; +\infty[$ avec a< b. Dans ce cas (b – a) > 0 et (b + a – 2) > 0

Conclusion : Si a < b, alors f(a) > f(b) donc la fonction f est décroissante sur $[1 ; +\infty[$

d. Maximum et minimum

Soif f une fonction définie sur un intervalle I.

- s'il existe un nombre a tel que, pour tout x de I, $f(a) \geq f(x)$, on dit que f(a) est le **maximum** de f sur I
- s'il existe un nombre a tel que, pour tout x de I, $f(a) \leq f(x)$, on dit que f(a) est le **minimum** de f sur I

Exemple :

Pour la fonction f : $x \mapsto (x - 1)^2 - 3$, -3 est un minimum sur $]-\infty ; +\infty[$

EXERCICE 1A.1

Donner l'intervalle qui correspond à chaque inégalité :

	INEGALITE		INTERVALLE		INEGALITE		INTERVALLE
a.	$3 \leq x \leq 5$	$\Leftrightarrow$	$x \in$	**b.**	$1 \leq x$	$\Leftrightarrow$	$x \in$

c.	$-2 < x < 2$	$\Leftrightarrow$	$x \in$	**d.**	$x \leq 5$	$\Leftrightarrow$	$x \in$
e.	$3 \leq x < 5$	$\Leftrightarrow$	$x \in$	**f.**	$3 < x \leq 5$	$\Leftrightarrow$	$x \in$
g.	$2 \leq x$	$\Leftrightarrow$	$x \in$	**h.**	$-5 \geq x$	$\Leftrightarrow$	$x \in$
i.	$x < 0$	$\Leftrightarrow$	$x \in$	**j.**	$-1 < x$	$\Leftrightarrow$	$x \in$

EXERCICE 1A.2

Donner l'inégalité qui correspond à chaque intervalle :

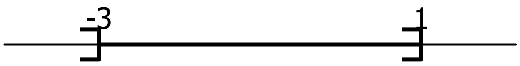
	INTERVALLE		INEGALITE		INTERVALLE		INEGALITE
a.	$x \in [5 ; 9]$	$\Leftrightarrow$		**b.**	$x \in]-1 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$	
c.	$x \in [3 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$		**d.**	$x \in [5 ; 7[$	$\Leftrightarrow$	
e.	$x \in]-\infty ; 2]$	$\Leftrightarrow$		**f.**	$x \in]-2 ; -1]$	$\Leftrightarrow$	
g.	$x \in]-3 ; -2[$	$\Leftrightarrow$		**h.**	$x \in]0 ; +\infty[$	$\Leftrightarrow$	
i.	$x \in]-\infty ; 1[$	$\Leftrightarrow$		**j.**	$x \in]-7 ; -5]$	$\Leftrightarrow$	

EXERCICE 1A.3

Donner l'inégalité et l'intervalle qui correspondent à la zone définie sur l'axe graduée :

a. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

b. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

c. 

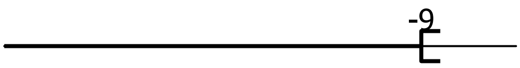
$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

d. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

e. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

f. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

g. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

h. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

i. 

$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

j. 

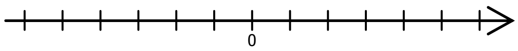
$\Leftrightarrow x$ vérifie l'inégalité .... $\Leftrightarrow x \in$ ....

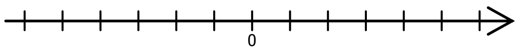
2N1 - FONCTION NUMERIQUE D'UNE VARIABLE REELLE

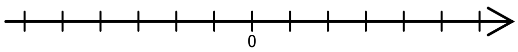
On rappelle que « ∩ » signifie « **intersection** » et « ∪ » signifie « **union** ».

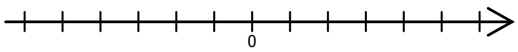
EXERCICE 1B.1

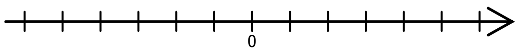
Représenter sur l'axe et les différents intervalles, puis écrire plus simplement leur réunion.

a.  [-1 ; 2] ∪ [2 ; 5] ∪ [5 ; 6] =

b.  [-1 ; 4] ∪ [0 ; 5] =

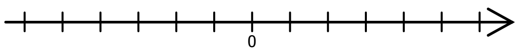
c. ]-2 ; 2 [∪]0 ; 4[∪]1 ; 5[=

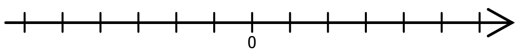
d. ]-5 ; -3 [∪ [-3 ; 0[∪]0 ; 5[=

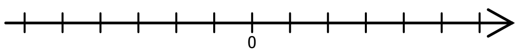
e.  [-6 ; -1] ∪]-1 ; 2] ∪]0 ; +∞[=

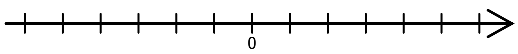
EXERCICE 1B.2

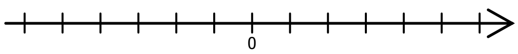
Représenter sur l'axe et les différents intervalles, puis écrire plus simplement leur intersection.

a.  [-4 ; 4] ∩ [2 ; 5] =

b.  [-5 ; 5] ∩ [-1 ; 2] =

c. ]-5 ; 4[∩]3 ; +∞[=

d. ]-2 ; 3[∩]3 ; 6] =

e.  [-6 ; 3] ∩ [-2 ; 6] ∩ [-1 ; 1[=

EXERCICE 1B.3

Ecrire chaque ensemble de la façon la plus simple possible.

a. [-1 ; 4] ∪ [0 ; 5] =

b. [-7 ; 2] ∩ [4 ; +∞[=

c. [-7 ; -2] ∩ [-2 ; 5[=

d.]-∞ ; 1[∩]-1 ; +∞[=

e.]-∞ ; 0[∩ [0 ; +∞[=

f. [-4 ; 3] ∩ [1 ; 9] =

g. [-1 ; 0] ∪ [1 ; 5] =

h. [-1 ; 4] ∪ [5 ; 7] ∪]4 ; 5[=

i.]-∞ ; -1[∩]1 ; +∞[=

j. [-1 ; 4] ∪ [3 ; 5] ∪ [7 ; 12] =

EXERCICE 1B.4

Compléter :

Ex :	**L'intervalle**	**[3 ; 7]**	**est aussi l'intervalle**	**fermé**	**de centre**	**5**	**et de rayon**	**2**
a.	L'intervalle	[-2 ; 4]	est aussi l'intervalle		de centre		et de rayon	
b.	L'intervalle		est aussi l'intervalle	ouvert	de centre	4	et de rayon	2
c.	L'intervalle	]-8 ; -1[	est aussi l'intervalle		de centre		et de rayon	
d.	L'intervalle		est aussi l'intervalle	fermé	de centre	-3	et de rayon	5
e.	L'intervalle	[1,9 ; 2,1]	est aussi l'intervalle		de centre		et de rayon	
f.	L'intervalle		est aussi l'intervalle	fermé	de centre	2,5	et de rayon	0,01
g.	L'intervalle	$[\frac{1}{2} ; \frac{5}{2}]$	est aussi l'intervalle		de centre		et de rayon	
h.	L'intervalle		est aussi l'intervalle	ouvert	de centre	-6	et de rayon	0,4
i.	L'intervalle	]-37 ; 163[	est aussi l'intervalle		de centre		et de rayon	
j.	L'intervalle		est aussi l'intervalle	ouvert	de centre	$\frac{5}{2}$	et de rayon	$\frac{1}{2}$