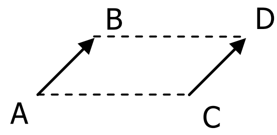
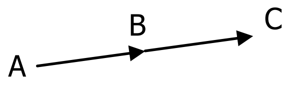
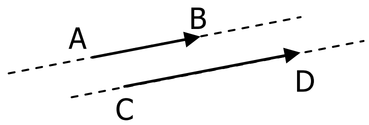
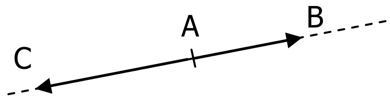
2G1 - Vecteurs — Exercices 4B

Rappel :

Egalite	Figure		Configuration geometrique
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$		… revient à dire que …	ABDC est un parallélogramme
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$		… revient à dire que …	B est le milieu de [AC]
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$		… revient à dire que …	B et C sont confondus
$\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{CD}$		… revient à dire que …	(AB) et (CD) sont parallèles
$\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{AC}$		… revient à dire que …	A, B et C sont alignés

Exercice :

Compléter le tableau ci-dessous.

	Egalite	Figure		Configuration geometrique
1	$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{TU}$		… revient à dire que …	
2			… revient à dire que …	I est le milieu de [MN]
3	$\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{MN}$		… revient à dire que …	
4			… revient à dire que …	X, Y et Z sont alignés
5	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EH}$		… revient à dire que …	
6			… revient à dire que …	(IJ) et (RS) sont parallèles
7	$\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{MN}$		… revient à dire que …	
8			… revient à dire que …	(DJ) et (CP) sont parallèles
9	$\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OL}$		… revient à dire que …	

10	… revient à dire que … EFGH est un parallélogramme

EXERCICE 4C.1
DEF est un triangle.

Soit P tel que $\overrightarrow{DP} = -3\,\overrightarrow{EF}$

Soit Q tel que $\overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{EF}$

→ Montrer que les points D, P et Q sont alignés.

EXERCICE 4C.2
ABCD est un parallélogramme.

Soit I tel que $\overrightarrow{AI} = 2\,\overrightarrow{AD}$

Soit J tel que $\overrightarrow{BJ} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

1. a. Montrer que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BD}$

b. Montrer que $\overrightarrow{CJ} = -2\,\overrightarrow{BD}$

2. En déduire que C, I et J sont alignés.

EXERCICE 4C.3
ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = -\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$.

→ Montrer que A, M et N sont alignés.

EXERCICE 4C.4
DEF est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{DM} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF}$

Soit N tel que $\overrightarrow{DN} = -\frac{3}{2}\,\overrightarrow{DE} + 2\,\overrightarrow{DF}$.

→ Montrer que D, M et N sont alignés.

EXERCICE 4C.5
IJKL est un parallélogramme

Soit M tel que $\overrightarrow{IM} = 4\,\overrightarrow{IJ}$

Soit N tel que $\overrightarrow{LN} = 2\,\overrightarrow{JK} - 5\,\overrightarrow{IJ}$

1. a. Montrer que $\overrightarrow{KM} = 3\,\overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JK}$

b. Montrer que $\overrightarrow{KN} = -6\,\overrightarrow{IJ} + 2\,\overrightarrow{JK}$

2. Montrer que K, M et N sont alignés

EXERCICE 4C.6
ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$)

EXERCICE 4C.7

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèle.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$)

EXERCICE 4C.8

ABC est un triangle.

Soit E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$

Soit F tel que $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (AB) et (EF) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF}$)

EXERCICE 4C.9

IJK est un triangle.

Soit R tel que $\overrightarrow{JR} = 2\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{IJ}$

Soit S tel que $\overrightarrow{IS} = 2\overrightarrow{IK} - 3\overrightarrow{IJ}$

→ Montrer que (IJ) et (RS) sont parallèles.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{JI} + \overrightarrow{IS}$)

EXERCICE 4C.10

ABC est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$

Soit N tel que $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$

→ Montrer que (MN) et (AC) sont parallèle.

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$)

EXERCICE 4C.11

RSU est un triangle.

Soit M tel que $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RS} - \overrightarrow{RU}$

Soit N tel que $\overrightarrow{RN} = 3\overrightarrow{RU} - \frac{1}{2}\overrightarrow{RS}$

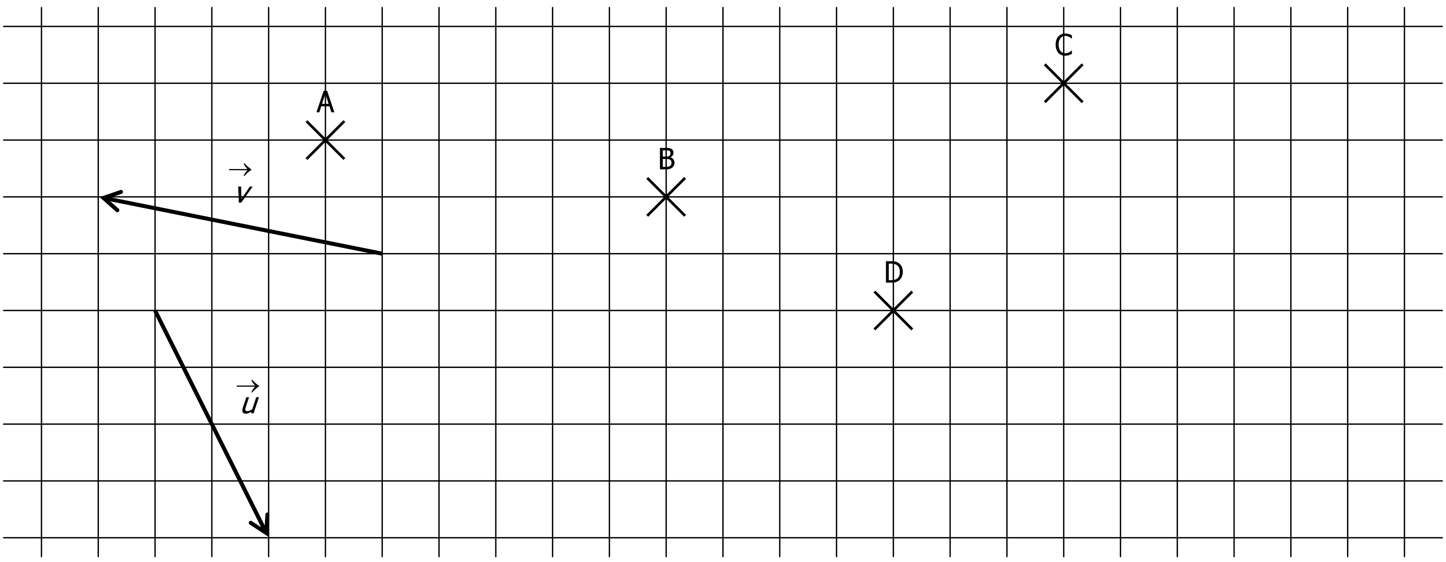
→ Montrer que M, S et N sont alignés

(On pourra utiliser la relation de Chasles pour décomposer : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RN}$)

EXERCICE 1

a. En utilisant les quadrillages, construire les points A_1, B_1, C_1 et D_1 images respectives de A, B, C et D par la translation de vecteur $\vec{u}$.

b. En utilisant les quadrillages, construire les points A_2, B_2, C_2 et D_2 images respectives de A_1, B_1, C_1 et D_1 par la translation de vecteur $\vec{v}$.

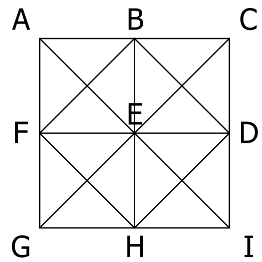


On dit que les points A_2, B_2, C_2 et D_2 sont les images respectives de A, B, C et D par la composée des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$.

On dit également que les points A_2, B_2, C_2 et D_2 sont les images respectives de A, B, C et D par la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

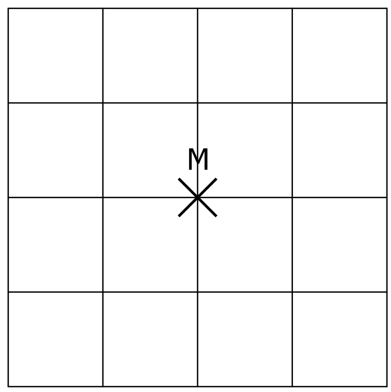
EXERCICE 2

On donne la figure suivante afin de définir un certain nombre de vecteurs:



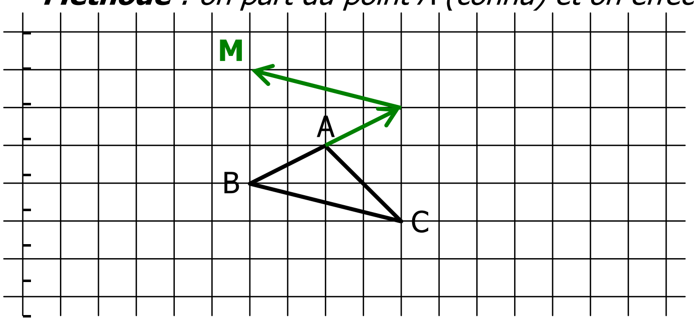
1. Construire les images de M par les translations suivantes:

- M_1 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
- M_2 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$.
- M_3 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HD}$.
- M_4 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{ID}$.
- M_5 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{CE}$.



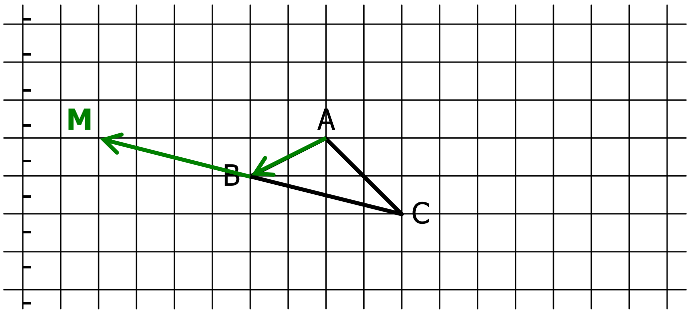
2. Construire les images de M par les translations suivantes puis compléter l'égalité:

- M_6 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HI}$ = …..
- M_7 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$ = …..
- M_8 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{DH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC}$ = …..
- M_9 image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{ID}$ = …..
- M_{10} image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HA}$ = …..
- ABC est un triangle. On souhaite dans chaque cas placer le point M donné par une « équation vectorielle ».
- **1.**
- **Placer M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$.**
- ***Méthode*** *: on part du point A (connu) et on effectue le/les trajet/s indiqués pour trouver M.*



- **a.** Placer N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} + 2\,\overrightarrow{BA}$
- **b.** Placer P tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AC} - 3\,\overrightarrow{AB}$
- **2.Placer M tel que $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.**

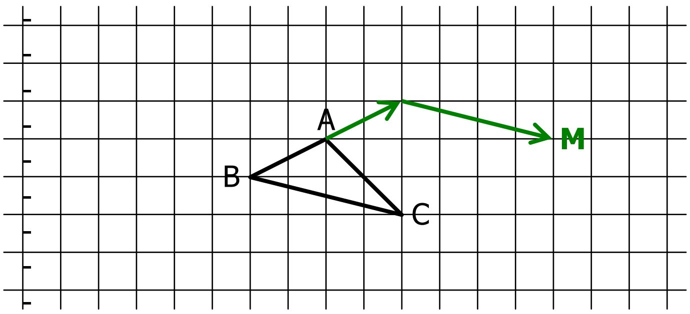
- ***Méthode*** *: on remplace chaque vecteur par son opposé pour se ramener à « $\overrightarrow{AM}$ = … »*
- → $\boxed{\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}}$



- **a.** Placer N tel que $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA}$
- **b.** Placer P tel que $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

- 3.Placer M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$:

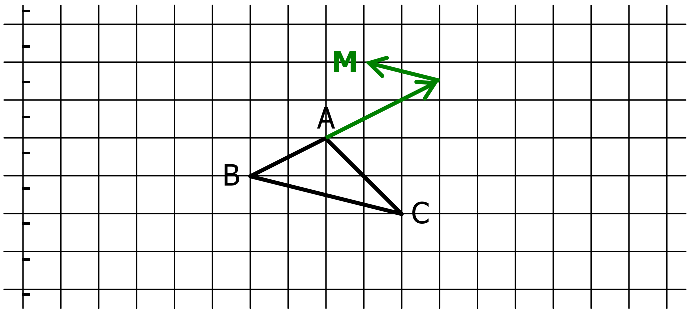
- ***Méthode*** *: on <u>isole</u> $\overrightarrow{AM}$ comme on le ferait pour une équation classique (ne pas oublier de remplacer le vecteur déplacé par son opposé ».*
- → $\overrightarrow{MA} = \underline{\overrightarrow{AB}} + \overrightarrow{CB}$
- → $\boxed{\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}$



- **a.** Placer N tel que $\overrightarrow{NC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$
- **b.** Placer P tel que $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$

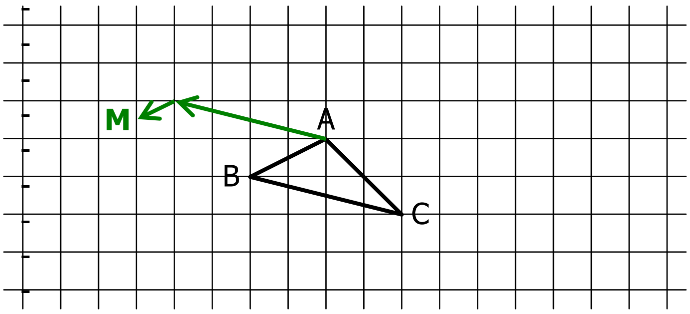
- 4. Placer M tel que $2\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

- ***Méthode*** *: on divise tous les vecteurs par le coefficient de $\overrightarrow{MA}$ pour se ramener à « $\overrightarrow{MA}$ = … »*
- → $\dfrac{2\overrightarrow{MA}}{2} = \dfrac{3\overrightarrow{AB}}{2} + \dfrac{\overrightarrow{BC}}{2}$
- → $\overrightarrow{MA} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
- → $\boxed{\overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BA} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}}$
-



- **a.** Placer N tel que $4\,\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{BC}$
- **b.** Placer P tel que $2\,\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

- **5.Placer tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{BC}$:**
- ***Méthode*** *: on utilise la relation de Chasles pour n'avoir qu'un seul « type » de vecteur contenant le point M.*
- → $\overrightarrow{MA} + \mathbf{\overrightarrow{MA}} + \mathbf{\overrightarrow{AB}} = 2\,\overrightarrow{BC}$
- → $2\,\overrightarrow{MA} = 2\,\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$
- → $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{BA}$
- → $\boxed{\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}}$



- **a.** Placer N tel que $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$
- **b.** Placer P tel que $\overrightarrow{PA} - 2\,\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AB}$