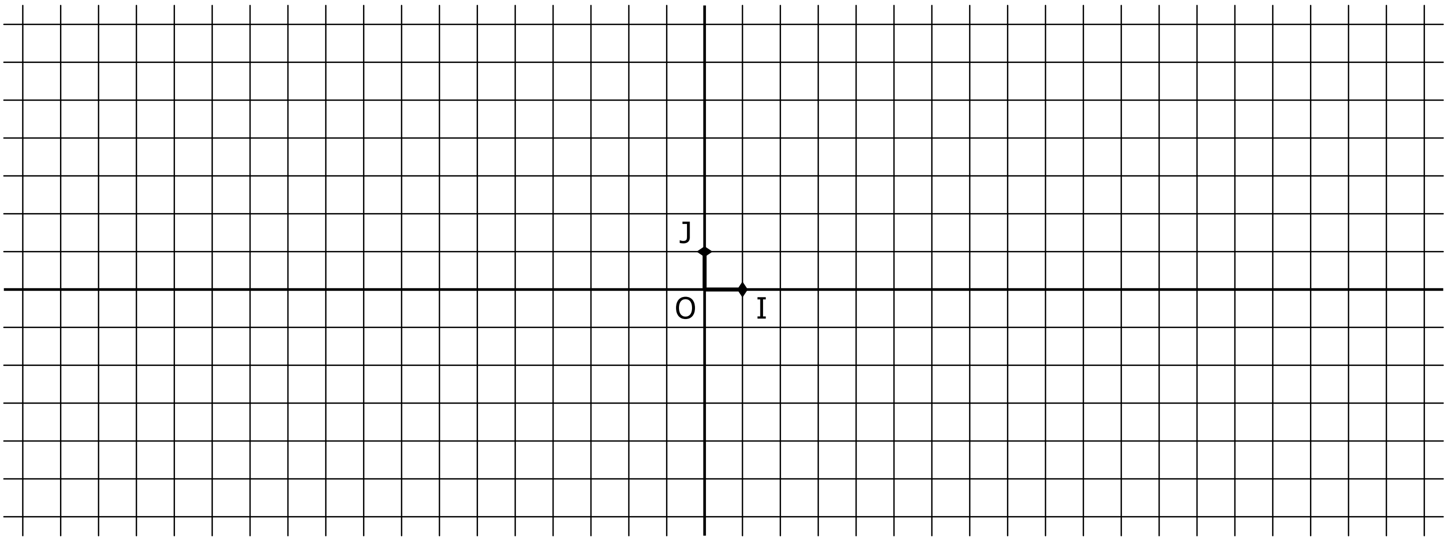
EXERCICE 3A.1

a. Placer dans le repère les vecteurs suivants, n'importe où dans le repère (O, I, J) :

$\vec{u}\begin{pmatrix}8\\6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_1}\begin{pmatrix}-12\\-9\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_2}\begin{pmatrix}6\\-9\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_3}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_4}\begin{pmatrix}16\\12\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_5}\begin{pmatrix}-8\\-6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{v_6}\begin{pmatrix}-10\\-7\end{pmatrix}$



b. Parmi les vecteurs $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$, $\overrightarrow{v_3}$, $\overrightarrow{v_4}$, $\overrightarrow{v_5}$ et $\overrightarrow{v_6}$, lesquels semblent colinéaires à $\vec{u}$? (on donnera le nom du vecteur et ses coordonnées).

$\vec{u}\begin{pmatrix}8\\6\end{pmatrix}$ est colinéaire à $\overrightarrow{\ldots\ldots}\begin{pmatrix}\ldots\\\ldots\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{\ldots\ldots}\begin{pmatrix}\ldots\\\ldots\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{\ldots\ldots}\begin{pmatrix}\ldots\\\ldots\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{\ldots\ldots}\begin{pmatrix}\ldots\\\ldots\end{pmatrix}$

c. Récapituler ces résultats dans ce tableau :

Vecteurs	$\vec{u}$	$\overrightarrow{\ldots\ldots}$	$\overrightarrow{\ldots\ldots}$	$\overrightarrow{\ldots\ldots}$	$\overrightarrow{\ldots\ldots}$
x	8	…	…	…	…
y	6	…	…	…	…

d. Si tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Vérifier en calculant les *produits en croix*.

e. Conclusion/Conjecture :

Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si leurs coordonnées sont ……………………….., c'est-à-dire si leurs coordonnées vérifient l'égalité : $\ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots = 0$

EXERCICE 3A.2

En utilisant la conjecture de l'**EXERCICE 3A.1**, vérifier si les couples de vecteurs suivants sont colinéaires.

Exemple : $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\9\end{pmatrix}$: $4 \times 9 - 6 \times 6 = 36 - 36 = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaire.

a.	$\vec{u}\begin{pmatrix}21\\-14\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\9\end{pmatrix}$:
b.	$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$:
c.	$\vec{u}\begin{pmatrix}18\\14\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}27\\21\end{pmatrix}$:
d.	$\vec{u}\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$:
e.	$\vec{u}\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-7\\5\end{pmatrix}$:

Dans tous ces exercices, le plan est muni d'un repère (O, I, J).

EXERCICE 3B.1

Sans effectuer le moindre calcul, et uniquement en étudiant la proportionnalité des coordonnées, dire si les vecteurs suivants sont colinéaires (si c'est le cas, on justifiera par l'égalité $\vec{u} = \lambda\vec{v}$ ou $\vec{v} = \lambda\vec{u}$) :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}8\\6\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

d. $\vec{u}\begin{pmatrix}8\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\8\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

e. $\vec{u}\begin{pmatrix}10\\-15\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

EXERCICE 3B.2

En utilisant le critère « $xy' - x'y = 0$ » dire si les vecteurs suivants sont colinéaires :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}12\\16\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}30\\40\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}21\\15\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

d. $\vec{u}\begin{pmatrix}21\\28\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}15\\21\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

e. $\vec{u}\begin{pmatrix}24\\-18\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-16\\12\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

EXERCICE 3B.3

On considère les points suivants :

A(-5 ; 3) B(-3 ; -1) C(1 ; 1) D(4 ; -1)
E(-2 ; 2) F(-5 ; -7) G(0 ; -7)

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont-ils colinéaires ?

b. Les vecteurs $\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont-ils colinéaires ?

c. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BG}$ sont-ils colinéaires ?

d. Les vecteurs $\overrightarrow{FC}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont-ils colinéaires ?

e. Les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont-ils colinéaires ?

EXERCICE 3B.4

Dans chaque cas, calculer la valeur de x pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$ **b.** $\vec{u}\begin{pmatrix}2+x\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

EXERCICE 3B.5

On considère les points :

A(2 ; -3) B(5 ; -1) M(x ; 1) N(-4 ; y)

a. Pour quelle valeur de x les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires ?

b. Pour quelle valeur de y les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont colinéaires ?

EXERCICE 3B.6

On considère les 5 points A, B, C, D et E, qui permettent de définir les vecteurs suivants :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}5\\6\end{pmatrix}$

a. Les points A, B et C sont ils alignés ?
b. Les droites (AE) et (CD) sont elles parallèles ?
c. Les points A, C et D sont ils alignés ?
d. Les droites (AD) et (CE) sont elles parallèles ?
e. Les points A, B et E sont ils alignés ?
f. Les droites (BE) et (AC) sont elles parallèles ?

EXERCICE 3B.7

a. Les points A(3 ; 2), B(7 ; 3) et C(15 ; 5) sont-ils alignés ?

b. Les points D(-31 ; 12), E(-10 ; -3) et F(18 ; -22) sont-ils alignés ?

EXERCICE 3B.8

On donne les quatre points :

I(6 ; 1) J(-6 ; -3) K(-12 ; -5) L(7 ; -1)

Ces points sont-ils alignés ?

EXERCICE 3B.9

On considère le triangle ABC tel que :

A(-1 ; 2) B(-3 ;-2) C(5 ; 4)

I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

a. Les droites (IJ) et (BC) sont-elles parallèles ?
b. Ce résultat était-il prévisible ? Pourquoi ?

EXERCICE 3B10

On considère le triangle ABC tel que :

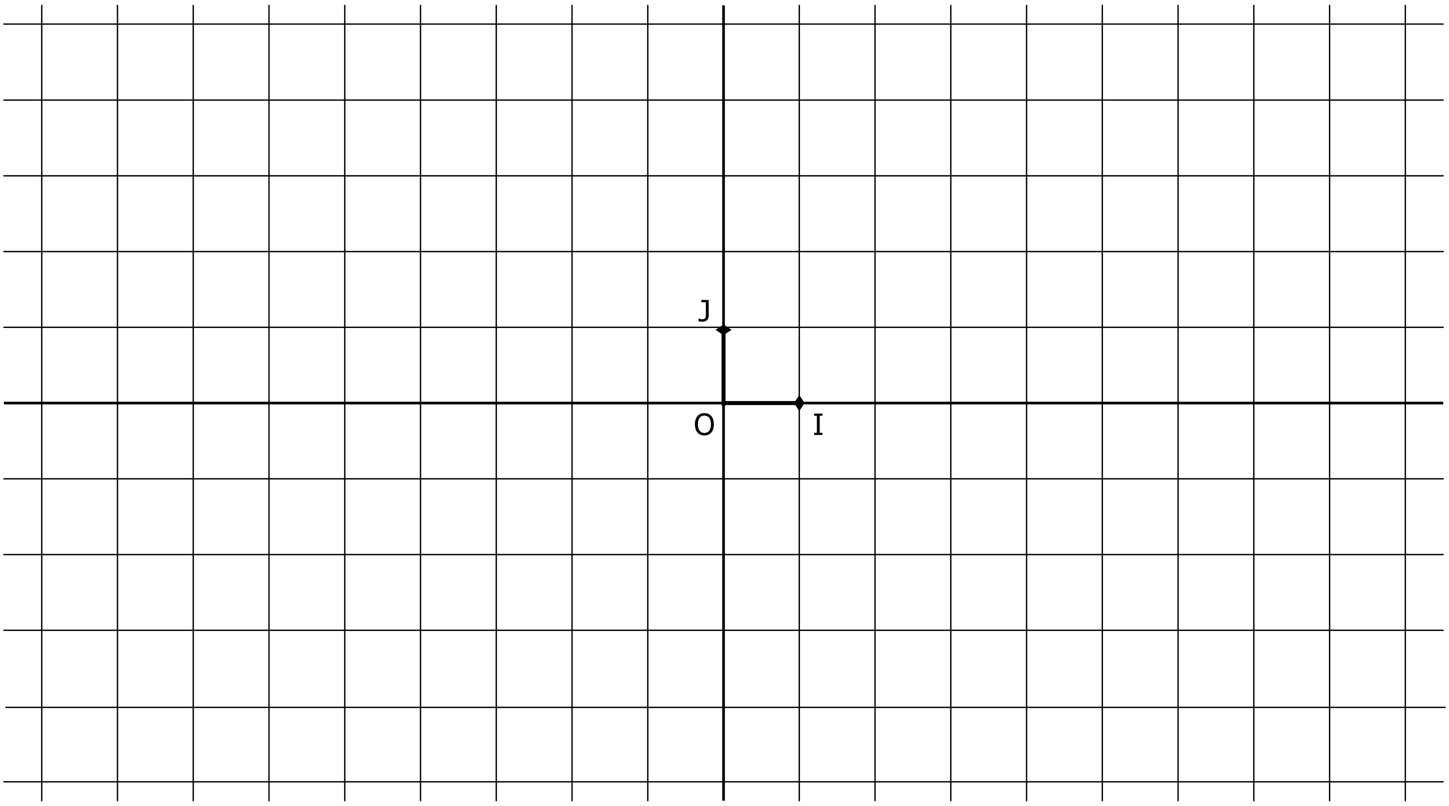
A(-3 ; 4) B(3 ;7) C(9 ; 1)

Soit M le point tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Soit N le point tel que $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 1 cm).



a. Placer dans ce repère les points :

A(5 ; 3) B(-4 ; 3) C(7 ; -5) D(-9 ; -4) E(0 ; 5) F(0 ; -3)

b. Calculer les longueurs suivantes (en cm, éventuellement arrondies au dixième) :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$	$BC = \sqrt{(... - ...)^2 + (... - ...)^2}$
$AE = \sqrt{(... - ...)^2 + (... - ...)^2}$	$BF = \sqrt{(... - ...)^2 + (... - ...)^2}$	$OF = \sqrt{(... - ...)^2 + (... - ...)^2}$

$AD = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$CA = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$	$DB = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$

Dans tous ces exercices, le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

EXERCICE 4B.1

On considère les points A(-1 ; 4), B(3 ; 1), C(7 ; -2) et D(-6 ; -8).
Calculer les distances AB, AC et AD.

EXERCICE 4B.2

On considère les points A(1 ; 5), B(3 ; 8) et C(9 ; 4).
Montrer que le triangle ABC est rectangle.

EXERCICE 4B.3

On considère les points A(-1 ; 1), B(1 ; 1) et C(0 ; 1 + $\sqrt{3}$).
Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

EXERCICE 4B.4

On considère les points A(-1 ; 3), B(1 ; 6) et C(4 ; 4).
Quelle est la nature du triangle ABC ?

EXERCICE 4B.5

On considère les points A(-1 ; 2), B(0 ; 4), C(2 ; 5) et D(1 ; 3).
Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

EXERCICE 4B.6

On considère les points A(-3 ; 5), B(-4 ; 7), C(-6 ; 6) et D(-5 ; 4).
Démontrer que ABCD est un carré.

EXERCICE 4B.7

On considère les points A(-1 ; 2), B(1 ; 2), C(3 ; -1) et D(-3 ; -1).
Démontrer que ABCD est un trapèze isocèle.

EXERCICE 4B.8

1. On considère un triangle ABC rectangle en A. Ecrire la relation de Pythagore pour ce triangle.

2. **a.** On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Démontrer que dans ce cas $\overrightarrow{BC} = \vec{v} - \vec{u}$.

(Remarque : puisque le triangle est rectangle en A, on dit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux**).

b. On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

c. Montrer que l'égalité de Pythagore revient à dire que $xx' + yy' = 0$

On retiendra la propriété suivante :

$$\boxed{\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ sont orthogonaux} \Leftrightarrow xx' + yy' = 0}$$

EXERCICE 4B.9

Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

a. $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ **b.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ **c.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **d.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ **e.** $\vec{u}\begin{pmatrix} -6 \\ 15 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

f. $\vec{u}\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$ **g.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -5 \\ -10 \end{pmatrix}$ **h.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ **i.** $\vec{u}\begin{pmatrix} 35 \\ 14 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

EXERCICE 4B.10

Refaire les exercices **4B.2**, **4B.4** et **4B.6** en utilisant le critère d'orthogonalité.

AIDE MEMOIRE : dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) :

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:	Coordonnées du milieu I de [AB] :	Distance entre A et B :
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$	$I\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

EXERCICE :

1. Soit A(3 ; 5) et B(-5 ; 2). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.	**2.** Soit A(3 ; 5) et B(-5 ; 2). Calculer les coordonnées de I milieu de [AB].	**3.** Soit A(3 ; 5) et B(-5 ; 2). Calculer la distance AB.
4. Soit A(-7 ; 2) et B(0 ; 4). Calculer les coordonnées de I milieu de [AB].	**5.** Soit A(3 ; -7) et B(-1 ; 1). Calculer la distance AB.	**6.** Soit A(5 ; -6) et B(-6 ; 5). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
7. Soit E(-2 ; 0) et F(4 ; 9). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{EF}$.	**8.** Soit G(-1 ; -5) et H(-3 ; -4). Calculer les coordonnées de I milieu de [GH].	**9.** Soit I(8 ; 0) et J(0 ; -1). Calculer la distance IJ.
10. Soit K(-3 ; -5) et L(5 ; -2). Calculer les coordonnées de I milieu de [KL].	**11.** Soit M(3 ; -2) et N(-1 ; -2). Calculer la distance MN.	**12.** Soit P(-5 ; 7) et Q(-5 ; -8). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{PQ}$.