

BACCALAUREAT
SESSION 2010

Coefficient : 3
Durée : 3 h

Fomesoutra.com
ça soutra !

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1

- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$.
- On donne $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$.
 - Vérifier que $P(x) = (2x - 1)(x^2 - 3x - 4)$.
 - Vérifier que les solutions de l'équation $P(x) = 0$ sont : -1 , $\frac{1}{2}$ et 4 .
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante :
 $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) < 0$.
 - Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante :
 $2e^{3x} - 7e^{2x} - 5e^x + 4 < 0$.

EXERCICE 2

On considère la suite (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 2U_n - 1, \text{ pour tout entier naturel } n. \end{cases}$$

- Calculer U_1 .
 - Vérifier que $U_2 = 3$.
- On donne la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 1$ pour tout entier naturel n .
 - Calculer V_0 , V_1 et V_2 .
 - Démontrer que V_n est une suite géométrique de raison 2.
 - Pour tout entier naturel n , justifier que $V_n = 2^{n-1}$.
- Justifier que pour tout entier naturel n , $U_n = 1 + 2^{n-1}$.
- Déterminer le plus petit entier naturel n pour que $U_n > 1\,000\,000$.

PROBLÈME

Partie A

On donne dans \mathbb{R} le polynôme $Q(x) = -x^2 + 2x$.

1. Calculer $Q(0)$ et $Q(2)$.
2. Justifier que :
 - pour tout nombre réel x élément de $]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[$, $Q(x) < 0$;
 - pour tout nombre réel x élément de $]0 ; 2[$, $Q(x) > 0$.

Partie B

On donne la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 5}{x - 1}$.

(\mathcal{C}) désigne sa représentation graphique dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .
L'unité graphique est le centimètre.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
c) Justifier que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est une asymptote à (\mathcal{C}) .
3. a) Justifier que pour tout nombre réel x élément de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = -x + 4 - \frac{1}{x - 1}$.
b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 4$ est une asymptote à (\mathcal{C}) en $-\infty$ et en $+\infty$.
c) Vérifier que (\mathcal{C}) est au-dessus de (D) sur $]-\infty ; 1[$ et en-dessous de (D) sur $]1 ; +\infty[$.
4. a) Démontrer que pour tout nombre x élément de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f'(x) = \frac{Q(x)}{(x-1)^2}$.
b) Déduire de la partie A, le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
5. Dresser le tableau de variation de f sur D_f .
6. Construire (Δ) , (D) et (\mathcal{C}) dans le plan muni du repère (O, I, J) .
7. Démontrer que le point de coordonnées $(1 ; 3)$ est un centre de symétrie de la courbe (\mathcal{C}) .

Partie C

On considère les fonctions H et h dérivables sur $]1 ; +\infty[$ et définies par :

$$H(x) = -2 + \ln(x - 1) \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{1}{x - 1}.$$

1. Vérifier que H est une primitive de h sur $]1 ; +\infty[$.
2. Calculer l'intégrale $I = \int_{\frac{3}{2}}^2 \left(-x + 4 - \frac{1}{x - 1}\right) dx$.
3. En déduire l'aire \mathcal{A} en cm^2 de la partie du plan limitée par (OI) ; (\mathcal{C}) et les droites d'équations $x = \frac{3}{2}$ et $x = 2$.