BACCALAURÉAT
SESSION 2024

Durée : 2 h
Coefficient : 2

MATHÉMATIQUES

SÉRIES A2-H

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Écris le numéro de chaque proposition, suivi de VRAI si la proposition est vraie ou de FAUX si la proposition est fausse.

1. a et b sont des nombres réels.
Si $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$, alors la droite d'équation $y=ax+b$ est une asymptote à la représentation graphique de f en $+\infty$.

2. Si A et B sont deux évènements contraires d'un univers Ω et P une probabilité sur Ω , alors $P(B)=1-P(A)$.

3. Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, alors $u_n=u_0+q^n$.

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2)=-\infty$.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C	D
1.	La dérivée sur $\mathbb{R}\backslash\{4\}$ de la fonction $x\longmapsto\frac{1}{x-4}$ est …	$x\longmapsto\frac{1}{(x-4)^2}$	$x\longmapsto\frac{1}{x-4}$	$x\longmapsto\frac{-1}{x-4}$	$x\longmapsto\frac{-1}{(x-4)^2}$
2.	La suite arithmétique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de raison 2 et de premier terme 5 a pour formule explicite …	$2n+5$	5×2^n	$2n-5$	$5n+2$
3.	La fonction $x\longmapsto e^x$ a pour ensemble de définition …	$]0\,;+\infty[$	$\mathbb{R}$	$]-\infty\,;0]$	$[1\,;+\infty[$
4.	Soient A et B deux évènements d'un univers Ω et P une probabilité sur Ω. Si $P(A)=0{,}35$; $P(B)=0{,}4$ et $P(A\cup B)=0{,}5$, alors $P(A\cap B)$ est égale à …	0,35	0,4	0,25	0,6

EXERCICE 3 **(5 points)**

On considère le système d'équations (S) d'inconnue le couple $(x\,;y)$ de $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivant :

$$(S)\begin{cases}3x+y=5\\ x-2y=-3\end{cases}.$$

1. Justifie que le couple (1 ; 2) est la solution du système (S).

2. Déduis-en la solution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ du système : $\begin{cases}3e^{x}+e^{y}=5\\ e^{x}-2e^{y}=-3\end{cases}$.

EXERCICE 4 **(6 points)**

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=5-x+\ln x$.
On note $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unités graphiques : OI = 1 cm et OJ = 2 cm.

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$.

b) Donne une interprétation graphique du résultat précédent.

2. On suppose que pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x)=x\left(\frac{5}{x}-1+\frac{\ln x}{x}\right)$.
Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3. *a*) On suppose que f est dérivable sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
Justifie que pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $f'(x)=\frac{1-x}{x}$.

b) Justifie que f est croissante sur l'intervalle $]0\,;1]$ et décroissante sur $]1\,;+\infty[$.

c) Dresse le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

4. Justifie que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]6{,}93\,;6{,}94[$.

EXERCICE 5 **(5 points)**

Dans le programme d'activités du bureau de la promotion Terminale d'un établissement, est mentionnée : « motivation des candidats pour 100% de réussite au BAC, session 2024 ».
Pour cela, le bureau rencontre le proviseur pour connaître les pourcentages des admis au baccalauréat des six dernières années. Les pourcentages sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Année	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Rang de l'année X	1	2	3	4	5	6
Pourcentage Y	78,8	79,7	81,1	82,9	83,6	92,7

Le président de la promotion soutient que le taux de réussite au BAC de la session 2024 sera d'au moins 90%.
À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis sur l'affirmation du président.

CORRIGÉ ET BARÈME (Bac A2 - 2024)

① CORRIGÉ	BARÈME

Exercice 1

1 - Vrai ; 2 - Vrai ; 3 - Faux ; 4 - Vrai

Exercice 2

1 - D ; 2 - A ; 3 - B ; 4 - C

Exercice 3

1) Justifions que le couple $(1;2)$ est la solution du système (S) :

On a : $\begin{cases} 3\times1+2=3+2=5 \\ 1-2\times2=1-4=-3 \end{cases}$

Donc le couple $(1;2)$ est la solution du système (S).

2) Déduisons-en la solution dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ du système : $\begin{cases} 3e^{x}+e^{y}=5 \\ e^{x}-2e^{y}=-3 \end{cases}$

Posons : $X=e^{x}>0$ et $Y=e^{y}>0$

② CORRIGÉ	BARÈME
On a : $\begin{cases} 3e^{x} + e^{y} = 5 \\ e^{x} - 2e^{y} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3X + Y = 5 \\ X - 2Y = -3 \end{cases}$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ Y = 2 \end{cases}$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} e^{x} = 1 \\ e^{y} = 2 \end{cases}$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \ln(2) \end{cases}$	
Donc : $\boxed{S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = \{(0 ; \ln(2))\}}$	
Exercice 4	
1. a) Justifions que : $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$	
$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} (5 - x + \ln x) = -\infty$	
car $\left\| \begin{array}{l} \lim_{x\to 0} 5 - x = 5 - 0 = 5 \\ \lim_{x \to 0} \ln x = -\infty \end{array} \right.$	
b) Donnons une interprétation graphique du résultat précédent :	
La droite (OJ) est une asymptote à $(\mathcal{C})$	

CORRIGÉ	BARÈME

2) Calculons $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{5}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x}\right) = -\infty$$

car $\left| \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{5}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x}\right) = 0 - 1 + 0 = -1 \end{array}\right.$

3.a) Justifions que : $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = \frac{1-x}{x}$

$\forall x \in]0;+\infty[,\ f'(x) = 0 - 1 + \frac{1}{x} = \frac{-x+1}{x}$

$$f'(x) = \frac{1-x}{x}$$

b) Justifions que f est croissante sur $]0;1]$ et décroissante sur $[1;+\infty[$

Le signe de $f'(x)$ est celui de $1-x$ car : $\forall x \in]0;+\infty[,\ x > 0$.

On a : $1 - x = 0 \iff -x = -1$
$\iff x = 1$

Donc :

x	0		1		$+\infty$
$1-x$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

D'où f est croissante sur $]0;1]$ et décroissante sur $[1;+\infty[$

④ CORRIGÉ | BARÈME

c) Dressons le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$

On a : $f(1) = 5 - 1 + \ln(1) = 4$

Donc :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-\infty \nearrow$	4	$\searrow -\infty$	

4) Justifions que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]6{,}93 ; 6{,}94[$:

f est dérivable et décroissante sur $[1;+\infty[$, en particulier sur $]6{,}93;6{,}94[$.

De plus : $\left| \begin{array}{l} f(6{,}93) = 5 - 6{,}93 + \ln(6{,}93) = 0{,}0058 > 0 \\ f(6{,}94) = 5 - 6{,}94 + \ln(6{,}94) = -0{,}0026 < 0 \end{array} \right.$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $]6{,}93;6{,}94[$.

⑤ CORRIGÉ	BARÈME

Exercice 5

Pour donner mon avis sur l'affirmation du président, je vais utiliser la série statistique double. Pour cela, je vais :

- subdiviser la série donnée en deux sous-séries S_1 et S_2 ;
- Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des sous-séries respectives S_1 et S_2 ;
- déterminer une équation de la droite de Mayer (G_1G_2) ;
- calculer le pourcentage de réussite au bac en 2024 ;
- conclure.

Déroulement

. Je considère les sous-séries suivantes :

Sous-série S_1

Année	2018	2019	2020
Rang X	1	2	3
Pourcentage Y	78,8	79,7	81,1

⑥ CORRIGÉ | BARÈME

Sous-série S_2

Année	2021	2022	2023
Rang X	4	5	6
Pourcentage Y	82,9	83,6	92,7

• Je calcule les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 :

* On a : $\begin{cases} \overline{X}_1 = \dfrac{1+2+3}{3} = 2 \\ \overline{Y}_1 = \dfrac{78,8+79,7+81,1}{3} = 79,86 \end{cases}$

Donc : $G_1(2 ; 79,86)$

* On a : $\begin{cases} \overline{X}_2 = \dfrac{4+5+6}{3} = 5 \\ \overline{Y}_2 = \dfrac{82,9+83,6+92,7}{3} = 86,4 \end{cases}$

Donc : $G_2(5 ; 86,4)$

• Je détermine une équation de la droite de Mayer (G_1G_2) :

* Le coefficient directeur de la droite (G_1G_2) est :

$$a = \frac{\overline{Y}_2 - \overline{Y}_1}{\overline{X}_2 - \overline{X}_1} = \frac{86,4 - 79,86}{5-2} = 2,18$$

(7) CORRIGÉ	BARÈME
* Comme $G_1 \in (G_1G_2)$, on a : $\overline{Y}_1 = a\overline{X}_1 + b$ Donc : $b = \overline{Y}_1 - a\overline{X}_1 = 79{,}86 - 2{,}18 \times 2$ $\underline{b = 75{,}5}$ Par conséquent, une équation de la droite de Mayer (G_1G_2) est : $y = 2{,}18x + 75{,}5$. • <u>Je calcule le pourcentage de réussite au bac en 2024</u> : Le rang de l'année 2024 est 7. Or : pour $x = 7$, $y = 2{,}18 \times 7 + 75{,}5 = 90{,}76$ Donc le taux de réussite au bac en 2024 est : 90,76 % • <u>Je donne mon avis</u> L'affirmation du président est juste car le taux de réussite au bac en 2024 est supérieur à 90 %.	