

BACCALAURÉAT
SESSION 2022

Fomesoutra.com
ça soutra !

Durée : 4 H
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	Toute isométrie du plan qui laisse invariant deux points distincts A et B est la symétrie orthogonale d'axe (AB).
2.	Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K , a et b deux éléments de K tels que : $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que, $\forall x \in [a; b], f'(x) \leq M$, alors $-M(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.
3.	Une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E) : $y'' = 3y$ est la fonction : $x \mapsto 2e^{3x} + 4e^{-3x}$.
4.	La dépendance linéaire entre deux caractères X et Y d'une série statistique à deux variables est forte si et seulement si le coefficient de corrélation linéaire r est tel que : $ r \leq 0,4$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	Informations
1.	Si E, F et G sont trois points distincts du plan, alors pour tout point M du plan, le vecteur $2\overrightarrow{ME} - 3\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MG}$ est égal à ...	A $4\overrightarrow{MF}$.
		B $-\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$.
		C $5\overrightarrow{ME}$.
		D $2\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$.
2.	Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), la directrice de la parabole d'équation réduite $x^2 = 8y$ est la droite d'équation ...	A $y = -1$.
		B $y = 2$.
		C $y = -2$.
		D $y = 1$.

3.	Arg $\left[\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^5\right]$ est égal à ...	A	$\frac{7\pi}{12}$
		B	$\frac{-5\pi}{12}$
		C	$\frac{-7\pi}{12}$
		D	$\frac{5\pi}{12}$
4.	Soit OPN un triangle rectangle isocèle en O, de sens direct et I le milieu du segment [NP]. Si une similitude directe S de centre O applique I sur P, alors l'angle et le rapport de S sont respectivement ...	A	$\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
		B	$-\frac{\pi}{4}$ et $\sqrt{2}$.
		C	$-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
		D	$\frac{\pi}{4}$ et $\sqrt{2}$.

EXERCICE 3 (3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(0; 4; 1)$, $B(1; 3; 0)$, $C(2; -1; -2)$, $E(7; -1; 4)$ et le vecteur $\vec{u}(2; -1; 3)$.

- Démontre que les points A, B et C déterminent un plan.
- Démontre que le vecteur \vec{u} est orthogonal à chacun des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
 - Justifie qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x - y + 3z + 1 = 0$.
 - Vérifie que le point E n'appartient pas au plan (ABC).
- Soit (Δ) la droite passant par le point E et orthogonale au plan (ABC).

On pose : $\{K\} = (\Delta) \cap (ABC)$.

- Détermine une représentation paramétrique de la droite (Δ) .
- Justifie que le point K a pour coordonnées $(3; 1; -2)$.
- Calcule la distance EK.

EXERCICE 4 (4 points)

Un employé se rend à son travail en bus. S'il est à l'heure à l'arrêt, il prend le bus de ramassage gratuit mis à sa disposition par l'entreprise. S'il est en retard, il prend le bus de ville.

On suppose que l'employé n'est pas en retard le premier jour. A partir du deuxième jour :

- si l'employé est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $\frac{1}{5}$.
- s'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de $\frac{1}{20}$.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : on appelle R_n , l'évènement : « l'employé est en retard le jour n ».

On note p_n la probabilité de R_n et q_n celle de $\overline{R_n}$, l'évènement contraire de R_n .

On suppose que : $p_1 = 0$ et $p_2 = \frac{1}{5}$. On a : $p_{R_n}(R_{n+1}) = \frac{1}{20}$ et $p_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) = \frac{1}{5}$.

Dans tout ce qui suit, on prend $n \geq 2$.

- Justifie que : $p(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{20} p_n$ et $p(\overline{R_n} \cap R_{n+1}) = \frac{1}{5} q_n$.
 - Détermine p_{n+1} en fonction de p_n et q_n .
 - Déduis-en que : $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20} p_n$.
- On pose : $v_n = p_n - \frac{4}{23}$.
 - Démontre que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$.
 - Détermine son premier terme v_2 .
- Calcule la limite de la suite (v_n) .
 - Déduis-en la limite de la suite (p_n) .

EXERCICE 5 (4 points)

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f_n(x) = \frac{1+n\ln(x)}{x^2}$.
 On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
 L'unité graphique est 3 cm.

1. a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x) = -\infty$;
 b) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$.
 c) Donne une interprétation graphique des résultats des questions 1.a) et 1.b).
2. a) On admet que f_n est dérivable sur $]0; +\infty[$.
 Justifie que $\forall x \in]0; +\infty[, f'_n(x) = \frac{n-2-2n\ln(x)}{x^3}$.
 b) Détermine les variations de f_n sur $]0; +\infty[$.
 c) Vérifie que : $f_n\left(e^{\frac{n-2}{2n}}\right) = \frac{n}{2}e^{\frac{2}{n}-1}$.
 d) Dresse le tableau de variation de f_n .
3. a) Justifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f_{n+1}(x) - f_n(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$.
 b) Déduis-en la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) .
4. Soit I l'intégrale telle que : $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2} dx$.
 a) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que : $I = 1 - \frac{2}{e}$.
 b) Déduis-en l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par les courbes (C_n) , (C_{n+1}) et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.

EXERCICE 6 (5 points)

La salle du foyer des jeunes d'une commune est dans un état de dégradation avancée.
 Le Maire, soucieux du bien-être de sa jeunesse, décide de la réhabiliter en commençant en priorité par le revêtement du sol qui est un rectangle de longueur 14,40 m et de largeur 8,70 m.
 Pour ce faire, il instruit le chef du service technique de la Mairie qui prend attache avec un fournisseur en vue d'acheter des carreaux.

Ce dernier dispose de trois types de carreaux carrés, de côtés respectifs 18 cm ; 25 cm et 30 cm. Chaque type de carreaux est livré en paquets de 12 et de 20 carreaux.

Pour éviter le gaspillage et la surfacturation, le Maire exige :

- qu'il n'y ait pas de découpe de carreaux lors du carrelage ;
 - qu'on lui communique le nombre exact de paquets de 12 et de paquets de 20 qu'il faut acheter.
- Le chef du service technique pense que les carreaux de côté 30 cm conviennent si l'on veut éviter des découpes de carreaux. N'étant pas qualifié pour faire ces types de calculs, il te sollicite.

1. Vérifie si le chef du service technique a raison ou pas.
2. En supposant qu'il a raison, détermine le nombre de paquets de 20 et le nombre de paquets de 12 que le chef du service technique doit commander, sachant que le nombre de paquets de 20 est supérieur à 66.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

Le Président de la
Commission

MENA
INSPECTION GÉNÉRALE
YOUSSOUF KOUYATE
Inspecteur Général
Tél 07 57 42 00 11

BACCALAUREAT - SESSION 2022

ÉPREUVE : ... MATHÉMATIQUES DATE : 05/07/2022 HEURE 12h³⁰

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

C

CORRIGE	BAREME
<p>Ce barème est national. Il ne peut être modifié.</p> <p>Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.</p> <p>Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.</p> <p>A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25.</p> <p>Dans ce cas, on attribuera la note 00 (zéro).</p> <p>Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.</p> <p>Le critère de perfectionnement (CP) est à prendre en compte une seule fois pour l'exercice 6.</p>	

CORRIGE		BAREME
EXERCICE 1 (2pts)		
1. Faux (F)	— — — — —	0,5
2. VRAI (V)	— — — — —	0,5
3. Faux (F)	— — — — —	0,5
4. Faux (F)	— — — — —	0,5
EXERCICE 2 (2pts)		
1. D	— — — — —	0,5
2. C	— — — — —	0,5
3. D	— — — — —	0,5
4. B	— — — — —	0,5
EXERCICE 3 (3pts)		
1. <u>Preuve</u>		
les points A, B et C non alignés (les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} non colinéaires)		0,5
2°) a) <u>Démonstration</u>		
$\begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{u} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{AB} \\ \vec{u} \perp \vec{AC} \end{cases}$		0,25 x 2
b) <u>Justification</u> — — — — —		0,5

2/8

CORRIGE	BAREME
c) vérification correcte — — — —	0,25
3°) a) <u>Représentation paramétrique de (Δ)</u> $(\Delta): \begin{cases} x = 7 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$	0,5
b) Justification correcte — — — —	0,5
c) <u>Distance EK</u>	
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;">EK = 2√14</div>	0,25

EXERCICE 4 (4 pts)

1°) a) Justification :	
• $P(R_n \cap R_{n+1}) = P(R_n) \times P(R_{n+1} R_n)$	0,25
• <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;">$P(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{20} p_m$</div>	0,25
• On justifie de même <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;">$P(R_n \cap R_{n+1}) = \frac{1}{5} q_m$</div>	0,5

CORRIGE	BAREME
<p>b) <u>Détermination</u></p>	
$p_{n+1} = p(R_{n+1}) = p(R_n \cap R_{n+1}) + p(\bar{R}_n \cap R_{n+1})$	0,25
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $p_{n+1} = \frac{1}{20} p_n + \frac{1}{5} q_n$ </div>	0,25
<p>c) • $p_n + q_n = 1$ donc $q_n = 1 - p_n$</p>	0,25
<p>On déduit :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $p_{n+1} = \frac{1}{5} - \frac{3}{20} p_n$ </div>	0,25
<p>2. $V_n = p_n - \frac{4}{23}$</p>	
<p>(a) Démonstration correcte - - - - -</p>	0,75
<p>(b) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $V_2 = \frac{3}{115}$ </div></p>	0,25
<p>3. a) <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> $\lim(V_n) = 0$ </div> avec justification correcte</p>	0,5
<p>b) <u>Déduction</u></p>	
$\begin{cases} p_n = V_n + \frac{4}{23} \\ \lim(V_n) = 0 \end{cases} \text{ donc } \div style{border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: auto;"> \lim(p_n) = \frac{4}{23} $	

4/8

CORRIGE	BAREME
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">EXERCICE 5</div> (4/5)	
$n \in \mathbb{N}^*$ $f_n(x) = \frac{1 + n \ln(x)}{x^2}, x > 0$	
1°) a) Justification correcte — — —	0,25
b) Justification correcte — — —	0,25
c) <u>Interprétation</u>	
• (OJ) ou la droite d'équation $x=0$ est une asymptote à (C_n) — — —	0,25
• (OI) ou la droite d'équation $y=0$ est une asymptote à (C_n) ✓	0,25
2°	
a) Justification correcte — — —	0,25
b) <u>Variations</u>	
• pour $x \in]0; e^{\frac{n-2}{2n}}[$, $f'_n(x) > 0$ — — —	0,25
• pour $x \in [e^{\frac{n-2}{2n}}; +\infty[$, $f'_n(x) \leq 0$ — — —	0,25
donc : f_n est croissante sur $]0; e^{\frac{n-2}{2n}}[$ — — — et f_n est décroissante sur $[e^{\frac{n-2}{2n}}; +\infty[$ — — —	} 0,25

5/8

CORRIGE	BAREME												
c) Vérification correcte — — — —	0,25												
d) Tableau de variations													
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">x</td> <td style="width: 15%;">0</td> <td style="width: 40%;">$e^{\frac{n-2}{2n}}$</td> <td style="width: 30%;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{2} e^{\frac{n-2}{2n}}$</td> <td>$0$</td> </tr> </table>	x	0	$e^{\frac{n-2}{2n}}$	$+\infty$	$f'(x)$		0		$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2} e^{\frac{n-2}{2n}}$	0	0,25
x	0	$e^{\frac{n-2}{2n}}$	$+\infty$										
$f'(x)$		0											
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{2} e^{\frac{n-2}{2n}}$	0										
3.a) Justification correcte — — — —	0,25												
b) <u>Pontion relative</u> (C_{n+1}) est en-dessous de (C_n) sur $]0, 1[$ et (C_{n+1}) est au-dessus de (C_n) sur $[1, +\infty[$	} 0,5												
4. a) Justification correcte — — — —	0,25												
b) $A = \int_1^e (f_{n+1}(x) - f_n(x)) dx$ u.a — —	0,25												
$A = (9 - \frac{18}{e}) \text{ cm}^2 \approx 2,378 \text{ cm}^2$ — —	0,25												

6/8

Consigne 1

- Pour répondre au chef de service technique, je vais utiliser les données données dans l'annexe.
 - Convertir en cm les dimensions de la salle.
 - Calculer le périmètre longueur et largeur en cm.
 - Rechercher la largeur du chef de service.
 1^{er} ind sur 4 : (0,25)
 2nd ind sur 4 : (0,5)
 à partir de 3 ind (0,75)

CM1 Pertinence

CM2 Utiliser correctement des outils mathématiques.

CM3 Cohérence de la réponse

CF (entière de part)

* Conversion en cm.
 $l = 870 \text{ cm}$
 $L = 1440 \text{ cm}$
 * Calcul du périmètre
 $P(4; L) = 30$
 1^{er} ind sur 3 : (0,25)
 à partir de 2 ind (0,5)

- Interpréter le résultat
 - Conclure (le chef de service technique que a voisins)
 1^{er} ind sur 2 (0,5)
 2nd ind sur 2 (0,5)

- Présenter des titres, pas de répétitions et de surcharges
 - Production soignée au peu de mots.
 (0,25) Dernier de
 (0,5) énoncé non
 (0,5) clarté
 (0,5) (originalité)

Consigne 2

Pour déterminer le nombre de paquets de 30 et de 12, de vrai :

- Déterminer le nombre total de cahiers de 30 cm.
- Traduire par une équation la relation entre les nombres de paquets de 30 et 12.
- Résoudre l'équation obtenue.
- Conclure.

* Déterminer le nombre total de cahiers de 30 cm

aire de la salle : $4 \times 6 = 1.252.800 \text{ cm}^2$

aire d'un cahier de 30 cm des caractéristiques : $(30 \times 30) \text{ cm}^2 = 900 \text{ cm}^2$

nombre total de cahiers de 30 cm :

$1.252.800$	$=$	1392
900		

* Équation

choix des inconnues : $20x + 12y = 1392$

(x nombre de paquets de 20, y nombre de paquets de 12)

* Résolution de l'équation

1 ind au 6 : $(0,5)$

2 ind au 6 : $(1,25)$

3 ind au 6 : $(1,5)$

Réponse en dérivant avec la dérivée partielle

Conclusion : $2 > 6 > 12$

Commentaire : 69 paquets de 20 et 1 paquet de 12

1 ind au 3 : $(0,25)$

à partir de 2 ind : $(0,5)$

à partir de 4 ind au 6 : $(1,5)$

CM1 Pertinence	CM2 utilisation correcte des outils mathématiques	CM3 Cohérence de la réponse	CP (critère de perfect)
-------------------	--	--------------------------------	----------------------------

8/8