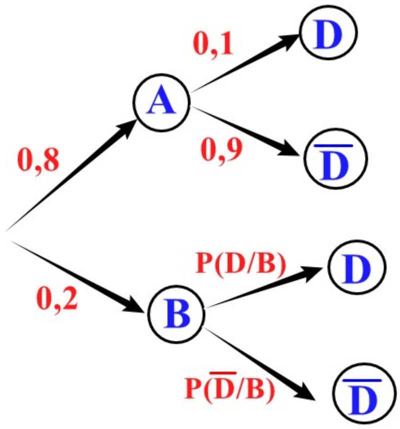
CORRECTION BAC ‘’C’’ 2024

EXERCICE 3

1) Arbre de probabilité



2)

a) Calculons $P(A\cap D)$

$$P(A\cap D)=\mathrm{P(A)}\times\mathrm{P(D/\,A)}=0{,}8\times0{,}1\Rightarrow \underline{P(A\cap D)=0{,}08}$$

b) Démontrons que $P(B\cap D)=0{,}03$

D’après l’énoncé $P(D)=0{,}11$ or $P(D)=P(B\cap D)+P(A\cap D)$

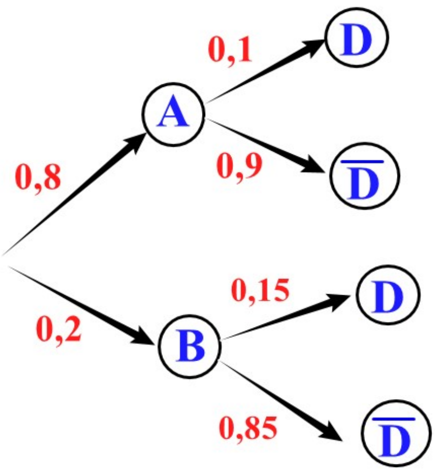
$$\Rightarrow P(B\cap D)=P(D)-P(A\cap D)$$

$$\underline{D'où\ :\ P(B\cap D)=0{,}11-0{,}08=0{,}03}$$

c) Déterminons $\mathrm{P(D/}\,B)$

$$\mathrm{P(D/}\,B)=\frac{P(B\cap D)}{P(B)}=\frac{0{,}03}{0{,}2}\ \underline{\Rightarrow \mathrm{P(D/}\,B)=0{,}15}$$

d) Complétons l’arbre de probabilité



3)

a) Justifions que X suit la loi Binomiale

Il y a répétition d'épreuves identiques (choix des basins) et indépendantes. Et chaque épreuve (choix de basin) comporte 2 issus : succès (le basin présente un défaut) et échec (le basin ne présente pas de défaut). C'est l'épreuve de Bernoulli. **Donc X suit la loi binomiale de paramètres n = 100 et p = 0,11**

b) Calculons E(X)

$E(X) = np = 100\times 0{,}11 = 11$

Interprétation : Sur les 100 basins, le nombre moyen de basin présentant un défaut est de 11

EXERCICE 6

Une chose est claire, c'est que je n'ai pas une idée claire du nombre exacte de Kit de frite et de Kit d'alloco acheté.

Soit x : le nombre de Kits de frites achetés et y le nombre de Kits d'alloco achetés.

Résolvons donc le système : $\begin{cases} 4500x + 2400y = 90300 \\ x + y > 10 \end{cases}$

On a $\begin{cases} 4500x + 2400y = 90300 \\ x + y > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 8y = 301 \\ x + y > 10 \end{cases}$

Résolvons dans $\mathbb{N}^2$ l'équation : $15x + 8y = 301$,

une solution est $(11;17)$ car $15\times 11 + 8\times 17 = 301$

donc : $15x + 8y = 15\times 11 + 8\times 17$ et on a : $15(x-11) = 8(17-y) \Rightarrow$

8 *divise* $15(x-11)$ *comme* 8 *et* 15 *sont premiers entre eux alors* 8 *divise* $x-1$

$\Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - 11 = 8k \Rightarrow x = 8k + 11$

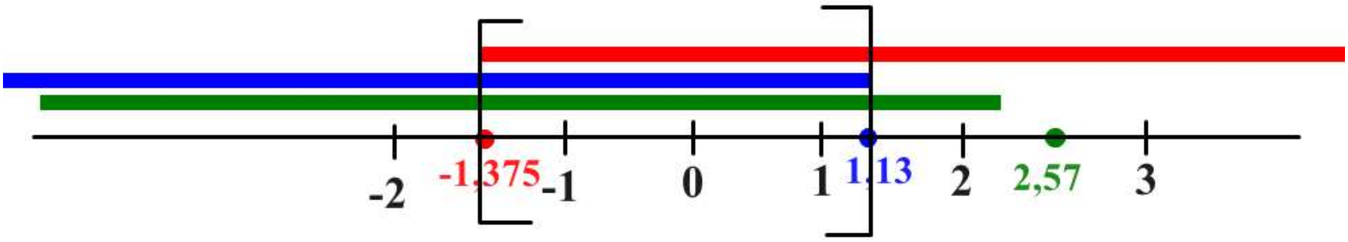
$8(17-y) = 15(x-11) = 15(8k + 11 - 11) \Rightarrow$

$8(17-y) = 15\times 8k \Rightarrow 17 - y = 15k \Rightarrow y = 17 - 15k$

Rappelons que $x \geq 0$; $y \geq 0$ et $x + y \geq 0$

On a donc le système : $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8k + 11 \geq 0 \\ 17 - 15k \geq 0 \\ (8k+11) + (17-15k) \geq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \geq -\dfrac{11}{8} = -1,375 \\ k \leq \dfrac{17}{15} \cong 1,133 \\ -7k + 28 \geq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \geq -\dfrac{11}{8} = -1,375 \\ k \leq \dfrac{17}{15} \cong 1,133 \\ k \leq \dfrac{18}{7} \cong 2,57 \end{cases}$$



$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1;0;1\}$ et $\begin{cases} x = 8k + 11 \\ y = 17 - 15k \end{cases}$

$si\ k = -1$ alors $\begin{cases} x = 3 \text{ Kits de frites} \\ y = 32 \text{ Kits d'Alloco} \end{cases}$

$si\ k = 0$ alors $\begin{cases} x = 11 \text{ Kits de frites} \\ y = 17 \text{ Kits d'Alloco} \end{cases}$

$si\ k = 1$ alors $\begin{cases} x = 19 \text{ Kits de frites} \\ y = 2 \text{ Kits d'Alloco} \end{cases}$

Ce sont là les possibilités de KITS qui ont été achetés. C’est la raison pour laquelle j’ai eu à préciser dès le départ que je n’avais pas d’idée claire là-dessus.

EXERCICE 5

Partie 1

1)

a) Calculons : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ car : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\sqrt{x}} = +\infty \end{cases}$ (limite de composée de fonctions)

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{x}$; posons : $X = \sqrt{x} \Rightarrow x = X^2$

donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{X}}{X^2} = +\infty$ ($Croissances$ comparées)

b) Interprétations

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ La courbe (C) de f admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (OJ).

2)

a) Dérivabilité de f en 0

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{x}; \text{ posons : } X = \sqrt{x} \Rightarrow x = X^2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{x} = \lim_{X\to 0} \frac{e^{X}-1}{X^2} = +\infty \text{ car : } \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{X}-1}{X} = 1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{X} = +\infty \end{cases}$$

La fonction f n'est pas dérivable à droite en 0.

b) Interprétation

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty$ La courbe (C) de f admet en 0 une demi-tangente verticale de direction (OJ)

3)

a) <u>Justifions que</u> : $\forall x \in \left]0;+\infty\right[, f'(x) = \frac{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}{2x}$

$$\forall x \in \left]0;+\infty\right[, f'(x) = \left(\sqrt{x}\right)' e^{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} \Rightarrow \underline{\forall x \in \left]0;+\infty\right[, f'(x) = \frac{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}{2x}}$$

b) <u>Tableau de variation de f</u>

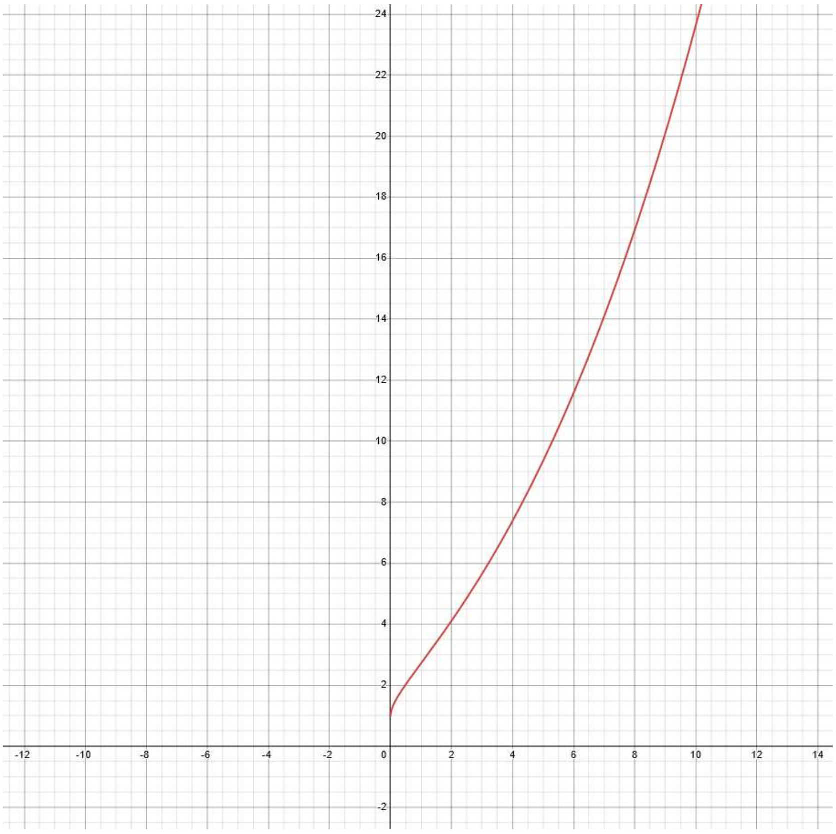
$$\forall x \in \left]0;+\infty\right[, f'(x) = \frac{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}{2x} \Rightarrow \forall x \in \left]0;+\infty\right[, f'(x) > 0$$

$\Rightarrow f$ est strictement croissante sur $\left]0;+\infty\right[$

<u>Tableau de Variation de f</u>

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$

4) Tracer de la courbe (C)



Partie 2

$\forall x\in[0;+\infty[,\ g(x)=x^2$ et $h(x)=\int_0^x e^{\sqrt{t}}dt$

et ψ telle que : $\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=(h\circ g)(x)$

1)

a) <u>Calculons</u> : $\psi(0)$

$$\psi(0)=(h\circ g)(0)=h\left[g(0)\right]\Rightarrow\begin{cases}g(0)=0\\ h(0)=\int_0^0 e^{\sqrt{t}}=0\end{cases}\underline{\Rightarrow\psi(0)=0}$$

b) <u>Justifions que</u> : $\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi'(x)=2xe^x$

$\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=(h\circ g)(x)=h\left[g(x)\right]=h\left(x^2\right)$

$\Rightarrow\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=\int_0^{x^2}e^{\sqrt{t}}dt$

Soit F une primitive de $\mapsto e^{\sqrt{t}}$ on a : $F'(t)=e^{\sqrt{t}}$

$\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=\left[F(x)\right]_0^{x^2}=F\left(x^2\right)-F(0)$ on a donc :

$\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi'(x)=\left[F\left(x^2\right)\right]'=\left(x^2\right)'F'\left(x^2\right)$ et donc : $\psi'(x)=2xe^{\sqrt{x^2}}\Rightarrow$

$\underline{\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi'(x)=2xe^x}$

c) <u>Déduisions que</u> : $\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=2(x-1)e^x+2$

D'après $1.a)$ $\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi'(x)=2xe^x donc\ \forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=\int 2xe^x dx+C,$ avec $C\in\mathbb{R}$

intégrons par parties $2xe^x$ on a : $\begin{cases}u(x)=2x\Rightarrow u'(x)=2\\ v'(x)=e^x\Rightarrow v(x)=e^x\end{cases}$

$\Rightarrow\int 2xe^x dx=v(x)\times u(x)-\int v(x)\times u'(x)dx=2xe^x-\int 2e^x dx$

$\int 2xe^x dx=2xe^x-2e^x=2(x-1)e^x$

$\Rightarrow\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=\int 2xe^x dx+C=\ 2(x-1)e^x+C,$ avec $C\in\mathbb{R}$

Déterminons C. D'après 1.b) $\psi(0)=0\Rightarrow\psi(0)=2(0-1)e^0+C=0\Rightarrow-2+C=0\Rightarrow C=2$

<u>D'où $\forall x\in[0;+\infty[,\ \psi(x)=2(x-1)e^x+2$</u>

2) On pose : $M = \int_0^1 e^{\sqrt{t}} dt$

a) Calculons $\psi(1)$ et déduisons M

$\psi(1) = 2(1-1)e^1 + 2 \Rightarrow \underline{\psi(1) = 2}$

or $\forall x \in [0;+\infty[, \ \psi(x) = \int_0^{x^2} e^{\sqrt{t}} dt \Rightarrow \psi(1) = \int_0^{1^2} e^{\sqrt{t}} dt = \int_0^1 e^{\sqrt{t}} dt = M$

Donc : $\psi(1) = M = 2$

b) Calculons l'Aire A

$A = \left[\int_0^1 f(x)dx\right] \times 2 \times 2cm^2 = \left[\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx\right] \times 4cm^2 \Rightarrow A = 4M \times cm^2$

$\Rightarrow A = 8cm^2$

BAC MATHS 2024 : CORRECTION DES EXERCICES 3, 5 et 6

CORRIGE PAR : DAVID DIN TRESOR (07 47 96 08 13)