BACCALAURÉAT
SESSION 2026

Durée : 4 h
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Écris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si la proposition est vraie ou de F si elle est fausse.

1. Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ sont les fonctions du type : $x \longmapsto ae^{2x} + be^{-2x}$, $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.

2. Une primitive sur $]-\frac{b}{a}\,;\,+\infty[$ de la fonction $x \longmapsto \frac{1}{ax+b}$ est la fonction $x \longmapsto \ln(ax + b)$ où $a \in]0\,;+\infty[$ et $b \in \mathbb{R}$.

3. L'excentricité d'une ellipse est toujours inférieure à celle d'une hyperbole.

4. Toute suite géométrique de raison inférieure ou égale à -1 est divergente.

5. A et B sont deux points distincts du plan. La ligne de niveau 2 de l'application $M \longmapsto \frac{MA}{MB}$ est le cercle de diamètre [IJ], où I = bar{(A ; 1) ; (B ; 2)} et J = bar{(A ; −2) ; (B, 1)}.

6. Toute isométrie du plan qui laisse invariant deux points distincts E et F et qui n'est pas l'application identique est la symétrie orthogonale d'axe (EF).

EXERCICE 2 **(2 points)**

Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui permet d'obtenir la proposition vraie.

1. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_n = (1 + \frac{3}{n})^n$ est convergente et a pour limite :
A : 0 ; B : 1 ; C : e^3 ; D : 3.

np(p-1)

2. La variance d'une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres 4 et $\frac{1}{3}$ est :
A. $\frac{8}{3}$; **B.** $\frac{8}{9}$; **C.** $\frac{4}{3}$; **D.** $\frac{11}{3}$.

3. Le plan est muni d'une repère orthonormé (O ; I, J). L'axe focal de la conique d'équation $y^2 + 9x^2 - 18x = 0$ est la droite d'équation.
A : $x = 0$; **B** : $y = 0$; **C** : $x = 1$; **D** : $y = 1$.

4. Le plan est muni d'un repère orthogonal. L'aire de la partie du plan délimitée par la courbe de la fonction $x \mapsto 2x - x^2$ et les droites d'équation $x = 0$, $x = 2$ et $y = 0$ en unités d'aires est :
A : $\frac{2}{3}$; **B** : $\frac{1}{3}$; **C** : 2 ; **D** : $\frac{4}{3}$.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

1. On pose : $B_n = PGCD(n^2+1\,;n+1)$. $= \alpha \Leftrightarrow k(n^2+1) = k'(n+1)$

a) Justifie que : $B_n = PGCD(n+1\,;2)$.

b) Déduis-en les valeurs possibles de B_n.

2. On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation $(E_n) : (n^2+1)x + (n+1)y = 1$.

a) Justifie que l'équation (E_n) admet des solutions si et seulement si n est pair.

b) Dans le cas où n est pair, vérifie que $\left(-\frac{n}{2};\ 1+\frac{n}{2}(n-1)\right)$ est une solution particulière de (E_n).

c) Résous dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation (E_n).

EXERCICE 4 **(4,5 points)**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$ d'unité graphique 2 cm, on donne les points A, B, C, D et E d'affixe respectives
$Z_A = -1-i\,;\ Z_B = 1-i\,; Z_C = 1+i\ \ ; Z_D = -1+i$ et $Z_E = 1-3i$.

1. Place les points A, B, C, D et E dans le repère $(O\,;\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$.

2. *a*) Justifie qu'il existe une rotation r et une seule qui applique A sur B et C sur D.

b) Détermine l'angle et le centre de r.

3. On pose $f = hor$, où h est l'homothétie de centre C et de rapport 2.

a) Justifie que f est une similitude directe dont on précisera l'angle et le rapport.
On note I le centre de f.

b) Justifie que E est l'image de A par f.

4. On désigne par (Γ_1) l'ensemble des points M du plan tels que Mes $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{ME}}) = \frac{\pi}{2}$ et (Γ_2) l'ensemble des points M tels que : $ME^2 - 4MA^2 = 0$.

a) Détermine et construis l'ensemble (Γ_1).

b) Détermine et construis l'ensemble (Γ_2).

c) Déduis-en la construction du point I.

EXERCICE 5 **(3,5 points)**

On considère la fonction f_n définie sur l'intervalle $]\,0\,;+\infty[$ par : $f_n(x) = x^{1-n}e^{nx}$, $(n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2)$.
On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. *a*) Justifie que la droite (OJ) est une asymptote à (C_n).

b) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

2. On admet que f_n est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.

a) Démontre que : $\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[,\ f_n'(x) = \frac{nx-(n-1)}{x^n}e^{nx}$.

b) Déduis-en que f_n admet un minimum unique au point d'abscisse $a_n = 1 - \frac{1}{n}$.

c) Dresse le tableau de variation de f_n.

3. On rappelle que : $\forall\, x \in \mathbb{R},\ e^x \geq 1 + x$.

a) Justifie que : $\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[,\ \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \frac{e^x}{x}$.

b) Déduis-en la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

c) Justifie que : $f_n(a_n) = \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n+1}e^{n-1}$.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Dans le cadre des activités du club de robotique d'un établissement secondaire, des élèves de terminale C effectuent des essais de vols de drones dans un espace spécialement aménagé pour cette activité.

Cet espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Les drones sont programmés pour survoler un mur vertical de hauteur 8 m assimilé à la portion de plan (P) d'équation $2x - y - 5 = 0$ comprise entre les niveaux $z = 0$ et $z = 8$.

Un vol est réussi lorsque le drone passe au-dessus du mur, c'est-à-dire si sa trajectoire coupe le plan (P) pour une valeur de z telle que $z > 8$.

La performance d'un élève est déterminée par le nombre de fois, par mois, que son drone ne rentre pas en collision avec le mur. Moins il y a de collision, plus l'élève est performant.

L'élève Fatim a noté dans le tableau suivant ses performances au cours des 7 premiers mois de sa formation.

Mois	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de collisions	25	21	18	17	14	11	9

On admet que les conditions d'entrainement restent identiques au fil des mois.

Pour le premier vol du 8^{e} mois, elle place son drone au point $A(1\,;2\,;0)$ et veut le faire décoller en suivant une trajectoire rectiligne dirigée par le vecteur $\vec{u}(2\,;-1\,;\,9)$.

Elle souhaite savoir si son vol sera réussi et le rang du mois à partir duquel sa performance sera à moins de 3 collisions par mois.

1. Étudie la trajectoire du drone lancé par Fatim et justifie si elle réussira oui ou non son vol.

2. Détermine le rang du mois à partir duquel la performance de Fatim sera à moins de 3 collisions par mois.