

**BACCALAURÉAT**  
**SESSION 2017**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 4 h**



# MATHÉMATIQUES

## SÉRIE D

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.  
Chaque candidat recevra trois (03) feuilles de papier millimétré.  
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.*

*Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.*

### EXERCICE 1

Dans le cadre d'un recensement portant sur le nombre de travailleurs dans les champs d'hévéa, un agent recenseur a visité huit (8) exploitations. Un exploitant voudrait estimer le nombre de travailleurs que prendrait une exploitation de 16 ha d'hévéa. Pour cela l'agent recenseur a recueilli les informations consignées dans le tableau ci-dessous.

Nombre $x$ de travailleurs	2	4	4	5	7	7	8	8
Superficie exploitée $y$ (en ha)	3	5	6	7	10	11	8	12

- Représente le nuage de points correspondant à la série statistique double  $(X, Y)$  dans le plan muni d'un repère orthonormé.  
On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 travailleur et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour une superficie de 1 ha.  
Pour les questions 2), 3), 4) et 5), les résultats seront arrondis à l'ordre 2.
- Justifie que le point moyen a pour couple de coordonnées  $(5,63 ; 7,75)$ .
- On note  $V(X)$  la variance de  $X$ ,  $V(Y)$  la variance de  $Y$  et  $\text{Cov}(X, Y)$  la covariance de  $X$  et  $Y$ .  
Justifie que :  $V(X) = 4,18$  ;  $V(Y) = 8,44$  et  $\text{Cov}(X, Y) = 5,37$ .
- a) Calcule le coefficient de corrélation linéaire  $r$  de la série  $(X, Y)$ .  
b) Interprète le résultat obtenu précédemment.
- a) Justifie qu'une équation de la droite  $(\mathcal{D})$  d'ajustement de  $Y$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés est :  $y = 1,28x + 0,54$ .  
b) Trace  $(\mathcal{D})$  sur le graphique précédent.
- Utilise l'ajustement précédent pour répondre à la préoccupation de l'exploitant.  
On donnera l'arrondi d'ordre zéro du résultat.

### EXERCICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ .  
L'unité graphique est 2 cm.

- Résous l'équation :  $z \in \mathbb{C}, z^2 + (1 - 3i)z - 4 = 0$ .
- On pose :  $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (1 - i)z^2 + (2 + 2i)z - 8i$ .  
a) Justifie que :  $P(-2i) = 0$ .  
b) Détermine les nombres complexes  $a$  et  $b$  tels que :  $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z + 2i)(z^2 + az + b)$ .  
c) Dédus des questions précédentes les solutions de l'équation :  $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$ .

Tournez la page S.V.P.

3. Soit A, B et C les points d'affixes respectives  $-2i$  ;  $-2 + 2i$  et  $1 + i$ .  
 On note D le symétrique de A par rapport au point O.  
 a) Place les points A, B, C et D dans le plan complexe.  
 b) Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en C.  
 c) Démontre que les points A, B, C et D sont cocycliques.

### PROBLÈME

#### Partie A

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$ .

On note (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).  
 L'unité graphique est 2 cm.

- a) Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .

b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu précédemment.
- a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

b) Donne une interprétation graphique des résultats obtenus précédemment.
- On suppose que  $f$  est dérivable et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

a) Démontre que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{-x}$ .

b) Justifie que :  
 \*  $\forall x \in ]-\infty ; 1 - \sqrt{2} [ \cup ] 1 + \sqrt{2} ; +\infty [ , f'(x) > 0$  ;  
 \*  $\forall x \in ] 1 - \sqrt{2} ; 1 + \sqrt{2} [ , f'(x) < 0$ .

c) Dresse le tableau de variation de  $f$ .  
 On ne calculera pas  $f(1 - \sqrt{2})$  et  $f(1 + \sqrt{2})$ .
- Démontre qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 est :  $y = -x + 1$ .
- Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = (1 + x)e^{-x} - 1$ .

a) On suppose que  $h$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $h'$  sa fonction dérivée. Calcule  $h'(x)$ .

b) Étudie les variations de  $h$ .

c) Calcule  $h(0)$  et dresse le tableau de variation de  $h$ . On ne demande pas de calculer les limites de  $h$ .

d) Justifie que :  $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) \leq 0$ .

e) Vérifie que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) + x - 1 = (1 - x)h(x)$ .

f) Dédus des questions précédentes la position relative de (C) et (T).
- Trace la tangente (T) et la courbe (C).  
 On prendra :  $f(1 - \sqrt{2}) = 1,3$  et  $f(1 + \sqrt{2}) = -0,4$ .

#### Partie B

Soit  $\lambda$  un nombre réel de l'intervalle  $]1 ; +\infty[$  et  $A(\lambda)$  l'aire en  $\text{cm}^2$  de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \lambda$ .

- Démontre, en utilisant deux intégrations par parties, que :  $A(\lambda) = \left( \frac{16}{e} - \frac{4(1 + \lambda)^2}{e^\lambda} \right) \text{cm}^2$ .
- Détermine la limite de  $A(\lambda)$  lorsque  $\lambda$  tend vers  $+\infty$ .