

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3, 3 sur 3 et une feuille annexe à rendre avec la copie. Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.*

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (la droite de régression, des primitives, une bijection, fonction dérivable, extremum relatif) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1.	Toute fonction f continue et strictement croissante sur un intervalle K définit de K sur $f(K)$.
2.	Soit (X, Y) une série statistique double ayant une forte corrélation entre X et Y et telle que $V(X) \neq 0$. Une équation de de Y en X est $y = ax + b$ où $a = \frac{cov(X,Y)}{v(X)}$ et $b = \bar{Y} - a\bar{X}$, \bar{X} et \bar{Y} étant les moyennes respectives de X et Y .
3.	Toute fonction continue sur un intervalle I admet sur I .
4.	Toute en un point a est continue en a .

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	A	B	C
1.	Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto e^{-2x+5}$ est ...	$x \mapsto -2e^{-2x+5}$.	$x \mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$.	$x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - 4y = 0$ sont de la forme ...	$x \mapsto ke^{2x} + k'e^{-2x}$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.	$x \mapsto k\cos(2x) + k'\sin(2x)$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.	$x \mapsto ke^{4x} + k'e^{-4x}$ $(k, k') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
3.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x)$ est égale à ...	$-\infty$.	$+\infty$.	0.
4.	La forme exponentielle du nombre complexe $-1 + i$ est ...	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}$; $1 + i$; $1 - i$; $3 + i$ et 1.

- Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.
- Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1 + i)z + 1 - 3i$.
 - Justifie que : $S(D) = D$ et $S(B) = C$.
 - Détermine les éléments caractéristiques de S.
 - Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

EXERCICE 4 (4 points)

On donne la fonction numérique f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{5x+2}{4x+7}$.

(C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

- Sur la feuille annexe à rendre avec la copie, construis à l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$, les quatre premiers termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.
- On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.
 - Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > \frac{1}{2}$.
 - Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$.
 - Déduis de 2.a) et 2.b) que la suite (u_n) est décroissante.
- Déduis de 2.a) et 2.c) que la suite (u_n) est convergente.
 - Justifie que la limite de la suite (u_n) est égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE 5 (4 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x \ln x - 2x, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

- Justifie que f est continue en 0.
 - Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$.
 - Interprète graphiquement le résultat de 1. b).
- On admet que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.
- On suppose que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
Justifie que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, f'(x) = -1 + \ln x$.
 - Étudie les variations de f .
 - Dresse le tableau de variation de f .

4. Trace la courbe (C_f).

(Tu pourras tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur du papier millimétré).

5. a) À l'aide d'une intégration par parties, justifie que l'intégrale K telle que

$$K = \int_1^2 x \ln x dx \text{ est égale à } 2\ln 2 - \frac{3}{4}.$$

b) On admet que, sur $[1 ; 2]$, (C_f) est au-dessous de l'axe des abscisses (OI).

Calcule l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (C_f), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 6

(5 points)

Lors de la kermesse en fin d'année dans ton lycée, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse.

Le jeu comprend quatre épreuves.

Le joueur reçoit 4 boules après une mise de 100 F CFA.

Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 m.

Le jeu est terminé lorsque le joueur a lancé les quatre boules.

On suppose que les 4 lancers sont indépendants.

À chaque épreuve :

- si le joueur réussit à loger la boule dans le trou, le comité d'organisation lui remet 2 tickets.
- s'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou, il ne gagne aucun ticket.

On admet que le joueur a 25% de chance de loger une boule dans le trou.

Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2 500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins 4 tickets.

Un élève affirme qu'un joueur a moins de 20% de chance de gagner les 2 500 F CFA.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT - SESSION 2022

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 05/07/2022 HEURE : 12H

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

D

CORRIGE	BAREME
<p>Ce barème est national. Il ne peut être modifié.</p> <p>Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute démarche correcte sera acceptée.</p> <p>Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.</p> <p>A un résultat correct non justifié on incorrèctement justifié on accordera la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas on attribuera la note 00 (zéro)</p> <p>Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.</p>	

CORRIGE

BAREME

EXERCICE 1

- | | |
|--------------------------------------|------|
| 1. Une bijection - - - - - | 0,50 |
| 2. La droite de regression - - - - - | 0,50 |
| 3. des primitives - - - - - | 0,50 |
| 4. fonction dérivable - - - - - | 0,50 |

EXERCICE 2

- | | | | | |
|----|----|----|----|----------|
| 1C | 2A | 3A | 4B | 0,50 x 4 |
|----|----|----|----|----------|

EXERCICE 3

1) $AB = |z_B - z_A| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$ --- 0,25
 $AC = |z_C - z_A| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$ --- 0,25
 On a $AB = AC$ --- 0,25
 donc le triangle est isocèle en A

2) a- $z'_D = (1+i)z_D + 1 - 3i = 3 + i = z_D$ --- 0,50

Donc $S(D) = D$

$z'_B = (1+i)z_B + 1 - 3i = 1 - i = z_C$ --- 0,50

Donc $S(B) = C$

b. les éléments caractéristiques de S :

- | | |
|-------------------------------------|------|
| le centre : D - - - - - | 0,25 |
| le rapport : $\sqrt{2}$ - - - - - | 0,25 |
| l'angle : $\frac{\pi}{4}$ - - - - - | 0,25 |

CORRIGE

BAREME

c. (c') est le cercle de diamètre [CN]

0,5

Exercice 4

1/ Voir figure (Annexe) - - - - - 0,25 x 4

2/a) On a : $U_0 = 4$ et $4 > \frac{1}{2}$ - - - - - 0,25

Supposons qu'il existe un entier $k \geq 0$ tel que $U_k > \frac{1}{2}$.

Montrons que $U_{k+1} > \frac{1}{2}$

on a : $U_k > \frac{1}{2}$ et f est strictement croissante sur $[\frac{1}{2}; +\infty[$

donc $f(U_k) > f(\frac{1}{2})$ or $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

alors $U_{k+1} > \frac{1}{2}$

On conclut que $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > \frac{1}{2}$ 0,25

b) $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} - U_n = \frac{-4U_n^2 - 2U_n + 2}{4U_n + 7}$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{2(U_{n+1} - 2U_n + 1)}{4U_n + 7}$$

0,50

c) $\forall n \in \mathbb{N}; -2U_{n+1} < 0$ et $\frac{2(U_{n+1})}{4U_n + 7} > 0$

CORRIGE	BAREME
Donc $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} - u_n < 0$ par conséquent (u_n) est décroissante.	0,50
3a) (u_n) est décroissante et minorée par $\frac{1}{2}$ donc (u_n) converge.	0,50
b) la limite de (u_n) est une solution de l'équation $x \in]0; +\infty[; f(x) = x$	
$f(x) = x \iff x = \frac{1}{2}$	
Donc $\lim u_n = \frac{1}{2}$	0,50
<u>Exercice 5</u>	
1/a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ et $f(0) = 0$ Donc f est continue en 0	0,50
b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} (\ln x - 2)$ $\qquad \qquad \qquad = -\infty$	0,25

CORRIGE

BAREME

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \infty$ Donc

la courbe (C_f) admet une
demi-tangente verticale au point
d'abscisse 0.

0,25

2/ (C_f) admet une branche
parabolique de direction celle
de (OJ) - - - - -

0,25

3/a) Justification Correcte - - -

0,50

b) f est strictement décroissante
sur $]0; e[$ - - - - -

0,25

f est strictement croissante
sur $]e; +\infty[$

0,25

c)

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	0	-e	$+\infty$

0,25

CORRIGE

BAREME

4/ Voir Courbe (cf)

$$5/a) K = \int_1^2 x \ln x \, dx$$

Posons $u(x) = \ln x$ et $v'(x) = x$
 $u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \frac{x^2}{2}$

$$K = \left[\frac{1}{2} x^2 \ln x \right]_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x \, dx$$

$$K = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$$

b) Soit A l'aire

$$A = -4 \int_1^2 f(x) \, dx \quad \text{cm}^2$$

$$\text{Soit } I = \int_1^2 f(x) \, dx$$

$$I = \int_1^2 x \ln x \, dx - \int_1^2 2x \, dx$$

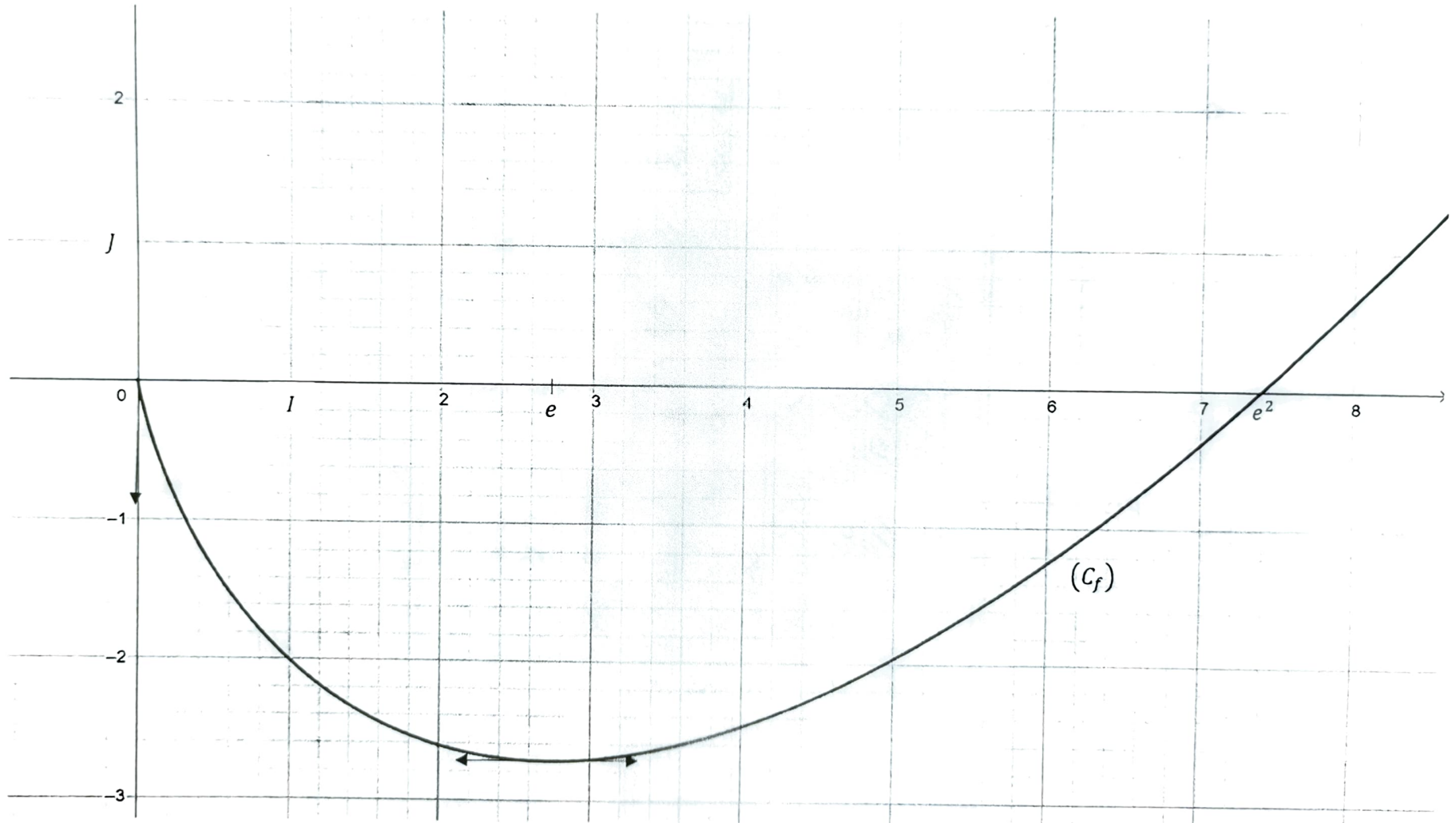
$$I = K - 3$$

$$I = 2 \ln 2 - \frac{15}{4}$$

$$A = -4I \quad \text{cm}^2$$

$$A = (15 - 8 \ln 2) \text{ cm}^2$$

Exercice 5



V/E

CORRIGE

BAREME

Exercice 6

Critères	Indicateurs	BAREME
		(0,75 point)
CM1: Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> • <u>Annonce du titre de la leçon</u> - Pour dire si l'affirmation de l'élève est justifiée ou non, je vais utiliser des notions de <u>probabilité</u>. • <u>Étapes de la résolution du problème</u> <li style="padding-left: 40px;">Pour cela, je vais : - utiliser la variable aléatoire X égale au nombre d'épreuves réussies - déterminer la loi binomiale associée à X - Calculer $P(X \geq 2)$ - Comparer $P(X \geq 2)$ et 0,2 	<p style="text-align: right;">1 ind sur 5 → 0,25</p> <p style="text-align: right;">2 ind sur 5 → 0,5</p> <p style="text-align: right;">3 ind sur 5 → 0,75</p>
CM2: Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<ul style="list-style-type: none"> - Valeurs prises par X: 0; 1; 2; 3; 4 - X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,25$ 	(2,5 points)

	CORRIGE	BAREME
	$- P(X=k) = C_4^k \times (0,25)^k \times (0,75)^{4-k}$ <p style="text-align: center;">avec $k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.</p>	<p>1 ind sur 6 → 1</p>
	<p>- Obtenir au moins 4 tickets correspond à l'évènement $(X \geq 2)$.</p>	<p>2 ind sur 6 → 1,5</p>
	<p>- Calcul de $P(X \geq 2)$</p> $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$ $= 0,2617$	<p>3 ind sur 6 → 2</p> <p>4 ind sur 6 → 2,5</p>
	<p>- Comparaison de $P(X \geq 2)$ et 0,2</p> <p>On a : $P(X \geq 2) > 0,2$</p>	
<p>CM3: Cohérence de la réponse</p>	<p>- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (la valeur de $P(X \geq 2)$ est exacte)</p> <p>- Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux)</p>	<p>(1,25 point)</p> <p>1 ind sur 4 → 0,75</p> <p>2 ind sur 4 → 1</p>

	CORRIGE	BAREME
	<p>- La qualité des enchaînements de la démarche</p> <p>- Conclusion : l'affirmation de l'élève n'est pas correcte.</p>	<p>3 ind sur 4 → 1,25</p>
<p>C.P. : Critère de perfectionnement (Concision, originalité, bonne présentation)</p>	<p>- Présence des titres, des étapes, pas de rature ou de surcharge</p> <p>- Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue</p> <p>- Calcul court, simplifications correctes ou argumentation succincte</p>	<p>(0,5 point)</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25</p> <p>2 ind sur 3 → 0,5</p>

