BACCALAURÉAT
SESSION 2026

Dur
Coeffic

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique et non graphique est autorisée.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Écris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

1. u et v sont deux fonctions numériques, x_0, ℓ et m trois nombres réels de $\mathbb{R}\cup\{-\infty\,;+\infty\}$. v est continue en ℓ.
Si $\lim\limits_{x\to x_0} u(x)=\ell$ et $\lim\limits_{x\to \ell} v(x)=m$, alors $\lim\limits_{x\to x_0} v o\, u(x)=m$.

2. Soit f une bijection d'un intervalle K sur $f(K)$ et f^{-1} sa bijection réciproque.
a est un élément de K tel que $f'(a)=0$.
Si $f(a)=b$, alors f^{-1} est dérivable en b.

3. (X ; Y) est une série statistique double.
Soit (D) une droite d'équation $x=\alpha y+\beta$.
Si (D) est la droite de régression de X en Y, alors $\alpha=\frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{V(X)}$.

4. Si E et F deux évènements d'un univers Ω, de probabilités non nulles, alors $P(E) = P(E\cap F) + P(E\cap \overline{F})$.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

1. Soit S une similitude directe du plan d'écriture complexe $z'=bz+c$, où $b\in\mathbb{C}^*$ et $c\in\mathbb{C}$.
Si $b\neq 1$, alors S admet un point invariant dont l'affixe est :
A) $\frac{b}{1-c}$; B) $\frac{c}{1-b}$; C) $\frac{1}{c-b}$; D) $\frac{b}{c-b}$.

2. L'équation différentielle $y'-\frac{1}{3}y=2$ a pour solutions sur $\mathbb{R}$, les fonctions de la forme :
A) $x\mapsto ke^{-\frac{1}{3}x}+\frac{1}{6}$; B) $ke^{\frac{1}{3}x}+6$; C) $x\mapsto ke^{-\frac{1}{3}x}-\frac{1}{6}$; D) $x\mapsto ke^{\frac{1}{3}x}-6$.

3. Une primitive sur $]0\,;\frac{\pi}{2}[$ de la fonction $x\mapsto\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ est…
A) $x\mapsto-\frac{1}{\sin x}$; B) $x\mapsto-\frac{1}{\cos x}$; C) $x\mapsto\frac{1}{\sin x}$; D) $x\mapsto\frac{1}{\cos x}$.

4. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $\ln(4-x)\geq\ln(x-3)$ est …
A) $]0;\frac{7}{2}]$; B) $]\frac{7}{2};+\infty[$; C) $]3;\frac{7}{2}]$; D) $[\frac{7}{2};4[$.

EXERCICE 3 (3 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 4, \quad u_1 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+2} = \frac{4}{5}u_{n+1} - \frac{4}{25}u_n \end{cases}$$

On pose : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = u_{n+1} - \frac{2}{5}u_n$.

1. *a*) Justifie que $v_0 = \frac{17}{5}$

b) Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.

c) Exprime v_n en fonction de n.

2. On pose : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

a) Calcule w_0.

On admet que (w_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{5}{2}$.

b) Exprime w_n en fonction de n.

c) Démontre que : $u_n = \frac{2^{n-1}}{5^n}(17n + 8)$.

EXERCICE 4 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.
On considère dans $\mathbb{C}$, le polynôme P défini par :
$P(z) = z^3 - 13z^2 + 59z - 87$.

1. *a*) Détermine les nombres réels a et b tels que :
$P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$.

b) On admet que : $a = -10$ et $b = 29$.
Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

2. Soit les points A, B et C d'affixes respectives : 3 ; $5 - 2i$; $5 + 2i$.

a) Vérifie que : $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -i$.

b) Déduis-en la nature du triangle ABC.

3. Détermine l'écriture complexe de la rotation de centre A qui transforme B en C.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$, par $g(x) = e^x - \ln x - 1$.
On admet que : $\forall x \in\,]0\,;+\infty[$, $g(x) > 0$.

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = e^x - x\ln x, & x > 0 \\ f(0) = 1. \end{cases}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. *a*) En remarquant que, pour tout x élément de]0 ; + ∞[, $e^x - xlnx = e^x(1 - \frac{x^2}{e^x} \times \frac{lnx}{x})$,
justifie que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
b) Calcule la limite en + ∞ de $\frac{f(x)}{x}$. (on remarquera que $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x}(1 - \frac{x^2}{e^x} \times \frac{lnx}{x})$.
c) Interprète graphiquement les résultats obtenus.

2. *a*) Justifie que f est continue en 0.
b) Pour tout x élément de]0 ; +∞[, justifie que : $\frac{f(x)-f(0)}{x} = \frac{e^x-1}{x} - lnx$.
c) Étudie la dérivabilité de f en 0.

3. On admet que f est dérivable sur]0 ; + ∞[.
a) Pour tout élément x de]0 ; +∞[, justifie que : $f'(x) = g(x)$.
b) Dresse le tableau de variation de f.

4. *a*) Soit λ un nombre réel de]0 ; 1[. On pose : $K = \int_\lambda^1 xlnxdx$.
À l'aide d'une intégration par parties, démontre que : $K = \frac{1}{4}\lambda^2 - \frac{1}{2}\lambda^2 ln\lambda - \frac{1}{4}$.
b) Calcule en cm², l'aire A_λ de la partie du plan limitée par (𝒞), l'axe (OI), les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 1$.
c) Calcule la limite de A_λ lorsque λ tend vers 0.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Un centre de données situé à Abidjan est équipé de 10 serveurs identiques, chacun fonctionnant indépendamment des autres. Chaque jour, la probabilité qu'un serveur tombe en panne est q = 0,1. Le système est considéré comme « opérationnel » si au moins 8 serveurs fonctionnent correctement dans la journée.
A l'occasion d'un séminaire international à l'hôtel Ivoire, les données du centre seront sollicitées. Soucieux de la qualité du service pendant les 5 jours de séminaire, le nouveau directeur surveille quotidiennement l'état (opérationnel ou non) du centre.
On suppose que l'état d'un serveur est indépendant d'un jour à l'autre.
Le Directeur souhaite être rassuré : pour cela, il faudra que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée dépasse 0,90 et que la probabilité que le centre fonctionne sans interruption durant les 5 jours dépasse 0,60.

1. Justifie que la probabilité que le centre soit opérationnel au cours d'une journée est de 0,9298.

2. À l'aide d'une production argumentée, indique si le Directeur peut être rassuré ou non.