BACCALAUREAT
SESSION 2026

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHEMATIQUES

SERIE E

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 **3 points**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est juste.
Ecrire sur votre feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Dans tout cet exercice ABC est un triangle équilatéral de sens direct, de centre O et I milieu de [AC].

Affirmations	Réponses		
	A	B	C
1. Le barycentre des points pondérés (A,1); (B, 2) et (C, 1) appartient à la médiatrice du segment	[AB]	[AC]	[BC]
2. L'ensemble des points M du plan tel que $\frac{AM}{BM}=1$ est	Le cercle de diamètre [AB]	La médiatrice de [AB]	La droite (AB)
3. L'ensemble des points M du plan tel que $mes\ (\overrightarrow{AM};\ \overrightarrow{BM}) = k\pi;\ avec\ k \in \mathbb{Z}$ est	La droite (AB) privée des points A et B	Le cercle de diamètre [AB] privé des points A et B	Le segment [AB] privé des points A et B
4. La composée $r_{\left(A,\ \frac{\pi}{3}\right)} \circ r_{\left(B,\ -\frac{\pi}{3}\right)}$ est la translation de vecteur	$\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BA}$
5. La composée $r_{\left(A,\ \frac{\pi}{3}\right)} \circ r_{\left(B,\ \frac{\pi}{3}\right)}$ est	$r_{\left(O,\ \frac{2\pi}{3}\right)}$	$r_{\left(O,-\frac{2\pi}{3}\right)}$	$r_{\left(I,\ \frac{2\pi}{3}\right)}$
6. La composée $r_{\left(C,\ \frac{\pi}{3}\right)} \circ t_{\overrightarrow{BC}}$ est	$r_{\left(A,\ \frac{\pi}{3}\right)}$	$t_{\overrightarrow{2AC}}$	$r_{\left(B,\ \frac{\pi}{3}\right)}$

EXERCICE 2 **5 points**

Partie 1

On considère l'équation diophantienne linéaire (E) : $36\,x + 24\,y = 120$ où x et y sont des entiers relatifs.

1. a) Calculer le PGCD de 36 et 24.
   b) Justifier que l'équation (E) admet des solutions.
2. a) Déterminer une solution particulière de (E.)
   b) Résoudre l'équation (E).

Partie 2

Une entreprise de livraison utilise deux types de camions. Des camions de type A pouvant transporter 36 colis chacun et des camions de type B pouvant transporter 24 colis chacun.

L'entreprise doit expédier exactement 120 colis. Elle souhaite utiliser un certain nombre de camions de chaque type remplis complètement.

1. On note x le nombre de camions de type A et y le nombre de camions de type B.
   a) Quelles sont les contraintes sur x et y ?
   b) Traduire le problème par une équation diophantienne linéaire.
2. a) En utilisant les résultats de la partie 1, donner toutes les solutions du problème.
   b) Quel est le nombre minimum de camions à mobiliser pour une livraison ?
3. On admet maintenant la possibilité qu'un camion de type B soit partiellement rempli au cours d'une livraison, mais que le nombre total de colis soit 120.
   a) Si s désigne le nombre de colis contenus dans le camion de type B partiellement rempli, justifier que $s = 12$.
   b) Déterminer dans ce cas toutes les solutions qui respectent cette condition.

PROBLEME **12 points**

Partie A

On considère la fonction $\begin{array}{l} g_a : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2a^x - 1 \end{array}$ où a est un nombre réel strictement positif.

1. Préciser l'ensemble de définition de g_a
2. On suppose que $0 < a < 1$.
   a) Calculer les limites de g_a en $-\infty$ et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement chaque résultat si possible.
   b) Etudier la limite en $-\infty$ de $\frac{g_a(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.
   c) Déterminer le sens de variation de g_a.
   d) Dresser le tableau de variation de g_a.
   e) Résoudre l'équation : $x \in \mathbb{R},\ g_a(x) = 0$.
3. On suppose que $a > 1$.
   a) Calculer la limite de g_a en $-\infty$ et en $+\infty$ puis interpréter graphiquement chaque résultat si possible.
   b) Etudier la limite en $+\infty$ de $\frac{g_a(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.
   c) Déterminer le sens de variation de g_a.

Partie B

La dégradation de 3 différents produits dans un site d'enfouissement se traduit par les fonctions m , où m représente la masse restante après x années d'enfouissement.

Sac de plastic : $m_p(x) = 2\ (0{,}9985)^x - 1$

Gomme à mâcher : $m_G(x) = 2\ (0{,}8706)^x - 1$

Pile alcaline : $m_C(x) = 2\ (0{,}9999)^x - 1$

1. Pour chacun de ces produits, déterminer le temps nécessaire à sa dégradation.
2. On admet que le produit qui met plus de temps à disparaître est le plus toxique. Quel est le produit le plus toxique pour l'environnement ?

Partie C

On estime que les prestations versées aux assurés sociaux d'un pays sont modélisées par la fonction f définie par : $f(x) = 5{,}2\ (1{,}05)^x$ où x est le temps en années avec $x = 0$ en 2005, la dépense étant mesurée en milliards d'unités monétaires.

Les cotisations des assurés sociaux sont modélisées par la fonction g définie par $g(x) = 2{,}7\ (1{,}12)^x$ avec les mêmes unités que la fonction f.

1. a) Calculer les recettes et les dépenses en 2005 et en 2008.
   b) Le budget social est-il en équilibre en 2005 et en 2008 ?

2. a) Dresser les tableaux de variation de f et de g sur l'intervalle [0 ; 20].
   b) L'évolution de g est –elle différente de celle de f ? Justifier.
   c) A quelle date le budget social sera - t –il en équilibre ?

3. Résoudre l'inéquation : $x \in [0;20]$, $g(x) > f(x)$ et interpréter le résultat.