PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 | **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** | ***Prof : KABY***

FICHE 1

EXERCICE 1

1.Vérifie $-\frac{5}{2}$ et sont les solutions de l'équation :$x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 3x - 20 = 0$.

2. On considère l'équation (E): $x \in \mathbb{R}, 2e^{2x} - 3e^x - 20 = 0$. Résous (E).

3. On considère l'équation (F): $x \in \mathbb{R}, 2(lnx)^2 - 3lnx - 20 = 0$. Résous (F).

EXERCICE 2

La pâtisserie **CHOCO-IVOIRE** fabrique des tablettes de chocolats. Pour faire connaitre ses produits, elle organise une journée promotionnelle. Au stand dégustation, tout visiteur qui répond juste à une question posée gagne trois tablettes de chocolats tirées au hasard.

Le tirage se fait de façon simultanée d'un panier contenant 16 tablettes indiscernables au toucher. Les tablettes sont reparties selon quatre types : 5 tablettes de chocolats au lait, 4 tablettes de chocolat noir, 4 tablettes de chocolat marron et 3 tablettes de chocolats gris.

Le jeune Achi a répondu juste à une question.

1. Justifie que Achi a 560 possibilités de choisir trois tablettes.

2. Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : « Achi tire trois tablettes de chocolat de même type ».

   B : « Achi ne tire aucune tablette de chocolat gris ».

3. Soit l'événement C : «Il y a exactement une tablette de chocolat gris parmi les trois tablettes tirées par Achi ».

Justifie que la probabilité de C est égale à $\frac{117}{280}$.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 1 cm.

On donne la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ $par: f(x) = \frac{x^2-x-6}{x-1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. a) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ >}} f(x)$. Interprété graphiquement le résultat obtenu.

2. On suppose que f est dérivable sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

   a) Démontre que pour tout élément x de l'intervalle $]1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{x^2-2x+7}{(x-1)^2}$.

   b) Justifie que pour tout élément x de l'intervalle $]1; +\infty[$, $f'(x) > 0$.

   c) Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

3. a) Justifie que tout élément x de l'intervalle $]1; +\infty[$, $f(x) = x - \frac{6}{x-1}$.

   b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

   c) Justifie que la courbe (C) est en dessous de la droite (Δ) sur $]1; +\infty[$.

4. a) Calcule $f(3)$.

   b) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3.

   c) Représente dans le repère (O, I, J) la droite (Δ), la tangente (T) et la courbe (C).

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** *Prof : M. KABY*

FICHE 2

EXERCICE 1

La promotion Terminale d'un lycée comprenant 5 classes. Pour l'organisation de sa fête de fin d'année. Le budget est estimé à 1 160 000 Francs. Elle décide, en début d'année, que chacune des 5 classes participent à une cotisation, levée de la façon suivante :

- La première semaine, chacune des 5 classes cotise 500 Francs.
- Les semaines suivantes, chacune des 5 classes cotise 100 de plus de la semaine précédente.

1. Calcule la somme cotisée par la promotion Terminale la première semaine.
2. Justifie que la somme cotisée par la promotion Terminale la deuxième semaine est égale à 3 000 Francs.
3. On désigne par u_n où $n \in \mathbb{N}^*$, la somme cotisée par la promotion Terminale la $n^{ième}$ semaine.
   a) Justifie que : $u_{n+1} = u_n + 500$.
   b) Déduis-en la nature de la suite $(u_n)_{n\geq 1}$.
   c) Justifie que : $u_n = 2\,000 + 500\,n$.
4. Justifie que la somme cotisée par la promotion la $30^{ième}$semaine est égale à 17 000 Francs.
5. Le parrain s'engage à accorder une aide financière à la promotion à condition que la somme totale cotisée au but de 30 semaines atteigne au moins les 25% du budget. La promotion peut-elle satisfaire a condition posée par le parrain?

EXERCICE 2

Dans l'un de ses bassins piscicoles, Monsieur Konan dispose pour la vente de :

- 8 carpes à 500 F l'unité ;
- 7 mâchoirons à 700 F l'unité ;
- 5 silures à 400 F l'unité.

Une cliente, Madame Brou, veut lui acheter 3 poissons.
Monsieur Konan impose que les poissons soient péchés au hasard dans le bassin et que la cliente emporte, sans discussion, le colis composé des trois poissons obtenus. Chaque poisson du bassin à la même chance d'être péché.

(On écrira les résultat sous la forme d'une fraction irréductible dans l'exercice)

1. Vérifie que le nombre de colis possibles que Monsieur Konan peut présenter à sa cliente est 1140.
2. Calcule la probabilité des événements suivants :
   A : « Obtenir des poissons de la même espèce ».

B : « Obtenir des poissons d'espèce différentes »
C : « Au moins l'un des poissons pêché est une carpe »

3. Soit D l'évènement « elle a obtenu exactement deux poissons de la même espèce »

a) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$

b) En déduire que la probabilité de l'événement D est égale à $P(D) = \frac{253}{380}$

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 1 cm.
On donne la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + ln(x)$.
On désigne par :

- (C) la courbe représentative f dans le plan orthonormé (O ; I ; J).
- (T) la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

PARTIE A

1. a) Calcule $f(1)$
   b) Calcule $f(4{,}50)$ et $f(4{,}51)$ et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.
2. a) Justifie que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$
   b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
3. a) Justifie que pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x) = x\left(-1 + \frac{3}{x} + \frac{ln(x)}{x}\right)$
   b) Déduis-en $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

PARTIE B

1. On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$, Vérifie que : $\forall x \in]0;+\infty[$;
   $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$
2. a) Étudie les variations de f.
   b) Dresse le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$.
3. Détermine une équation de (T).
4. Justifie que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]4{,}50;4{,}51[$.
   On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet une autre solution dans l'intervalle $]0{,}05;0{,}06[$.
5. Soit la droite (D) d'équation $y = -x + 3$
   Étudie la position relative de (C) par rapport à la droite (D).
6. a) Recopie et complète le tableau suivant :

x	0,3	0,5	1	2	3	4	5	6
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$			2			0,4		

   b) Construis la tangente (T), la droite (D) et la courbe (C) dans le repère orthonormé (O ; I ; J).

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Prof : M. KABY

FICHE 3

EXERCICE 1

En 2014, la foire gastronomique d'une commune a enregistré 6 000 visiteurs. Une étude montre que chaque année, 80% des visiteurs de l'année précédente reviennent tandis que 2 000 nouveaux visiteurs sont enregistrés.

On noteu_0 le nombre de visiteurs en 2014 et u_n le nombre de visiteurs en 2014+n, ($n \in \mathbb{N}$).

1. Justifie qu'en 2015 le nombre de visiteurs u_1 est 6 800.
2. Calcule le nombre de visiteurs en 2016.
3. On admet que pour tout entier naturel $n, u_{n+1} = (0,8) \times u_n + 2\ 000$. On pose pour tout entier naturel $n, v_n = u_n - 10\ 000$.

a) Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme $-4\ 000$.

b) Exprime, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

c) Justifie que, pour tout entier naturel $n, u_n = 10\ 000 - 4\ 000 \times (0,8)^n$.

EXERCICE 2

Le groupe COFFÊ du village d' Achiékoi a organisé en avril 2006, la première édition de la manifestation dénommée «le Beach ». Le Beach a lieu chaque année au même mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de participants par année de 2006 à 2013.

Années	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre Y de participants	160	240	280	320	400	480	560	640

On désigne par X le caractère « rang de l'année » et par Y le caractère « nombre de participants ».

1. Représente le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On prendra 1 cm pour une (1) année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 participants sur l'axe des ordonnées.

2. a) Détermine les coordonnées du point moyen G de cette série.

b) Place le point G dans le repère (O, I, J).

3. On partage maintenant la série en deux séries de manière suivante :

Série S_1

x_i	1	2	3	4
y_i	160	240	280	320

Série S_2

x_i	5	6	7	8
y_i	400	480	560	640

a) Détermine les coordonnées des moyens G_1 et G_2 respectivement de S_1 et S_2.

b) Justifie qu'une équation de la droite (D) d'ajustement linéaire de la série statistique par la méthode de Mayer est : $y = 67{,}5x + 81{,}25$.

4. En admettant que cette évolution se poursuive, détermine le nombre de participants d'avril 2019.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale est égale 2 cm. On donne la fonction f définie sur R par : $f(x) = (-x + 2)e^x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1.a) Justifie que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.

b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.

2. Justifie que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

3. On suppose que f est dérivable sur R.

a) Démontre que pour tout nombre réel $x, f'(x) = (-x + 1)e^x$.

b) Vérifie que :$f(1) = 0$.

c) Justifie que f es croissante sur $]-\infty\,; 1[$ et décroissante $]1\,;\, +\infty[$

d) Dresse le tableau de variation de f.

4.a) Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	0,1		0,5			2,7		-6,1

b) Trace la courbe © sur l'intervalle $[-4; 2{,}5]$.

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** *Prof : M. KABY*

FICHE 4

EXERCICE 1

Soit un polynôme $Q(x)$ défini par : $Q(x) = x^2 + x - 2$.

1. résous dans R, l'équation : $Q(x) = 0$.

2. On considère le polynôme $P(x)$ défini par :$P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

   a) Vérifie que $p(2) = 0$.

   b) Montre que $P(x) = (x - 2)(x^2 + x - 2)$.

   c) Justifie que -2 ; 1 et 2 sont les solutions de l'équation : $P(x) = 0$.

3. Déduis-en les solutions de l'équation : (E): $(lnx)^3 - (lnx)^2 - 4lnx + 4 = 0$.

EXERCICE 2 :

Le propriétaire d'une loterie met en vente cinquante billets numérotés de 1 à 50.

La règle du jeu est la suivante :

- Si le numéro du billet se termine par 0 ou 5, le client gagne 2 000 francs.
- Si le numéro du billet se termine par 3, 6 ou 9 le client gagne 1000 francs.
- Dans les autres cas le client ne gagne rien.

Un client tire au hasard un billet du sac du propriétaire du jeu.

On suppose que tous les billets ont la même chance d'être tiré.

1. Justifie que la probabilité pour qu'il gagne 1 000 francs est $P(A) = \frac{3}{10}$.

2. Justifie que la probabilité pour qu'il gagne 2 000 francs est $P(B) = \frac{1}{5}$.

3. Déduis-en la probabilité de l'évènement C : « il ne gagne rien ».

EXERCICE 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x}$. On note (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

1.a) Justifie que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2.a) Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x) = -\infty$

b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

c) Justifie que (OJ) est asymptote à (C_f).

3.a) Vérifie que pour tout x différent de 0, $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}$.

b) Justifie que pour tout $x \in]-\infty\,; -2] \cup [2\,; +\infty[$, $f'(x) > 0$.

c) Justifie que pour tout $x \in [-2\,; 0[\cup]0\,; 2]$, $f'(x) < 0$.

d) Déduis-en les variations de f.

e) Dresse le tableau de variation de f.

4.a) Justifie que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à (C_f).

b) Étudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ).

5. Vérifie que le point K (0 ;-1) est centre de symétrie de (C_f).

6. Construis (Δ) et (C_f) dans le même repère.

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Prof : M.KABY

FICHE 5

EXERCICE 1

La coopérative des femmes d'achiékoi productrice d'attiéké ambitionne d'installer une unité de production d'un coût de 3 000 000 F CFA financé par le bénéfice d'une année d'exercice. Cette coopérative a réalisé un bénéfice 2 000 000 FCFA en 2016, 1ère année d'exercice. Une étude prévoit une augmentation de 10% du bénéfice d'année en année.

Pour tout entier naturel non nul$n$, le bénéfice de l'année $n+1$ est le bénéfice de l'année n augmenté de 10%. On désigne par b_n le bénéfice de la $n^{ième}$année d'exercice ($n \in \mathbb{N}^*$).

1. a) Justifie que le bénéfice de la deuxième année d'exercice (2017) est égal à 2 200 000 FCFA.

   b) Calcule b_3, bénéfice en 2018.

2. On admet que pour tout entier naturel non nul $n, b_{n+1} = (1{,}1) \times b_n$.

   a) Déduis-en que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et

 le premier terme.

   b) Exprime b_n en fonction de n.

3. a) Détermine le plus petit entier naturel n pour lequel b_n est supérieur ou égal à

3 000 000 FCFA.

   b) Déduis-en l'année en laquelle le bénéfice permettra à la coopérative d'acquérir son unité de production.

EXERCICE 2

Une urne contient quatre(04) boules blanches et trois (03) boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément quatre (04) boules de l'urne.

1. Justifie que le nombre de tirage possibles est 35.

2. a) On considère l'évènement A « Tirer autant de boules blanches que de boules noires ».

Justifie que la probabilité de l'évènement A est égale $\frac{18}{35}$.

   b) Calcule la probabilité de l'évènement B : « Tirer au moins deux boules noires ».

   c) Calcule la probabilité de l'évènement C : « Tirer des boules de même couleur »

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 2 cm.

On donne la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = -2x + 2 + \ln x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1.a) Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$.

b) Interprète graphiquement le résultat.

2. On admet que pour tout élément x de l'intervalle $]0; +\infty[$, $f(x) = x\left(-2 + \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}\right)$.

Justifie que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

3. On suppose que f est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

a) Démontre que pour tout élément x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{-2x+1}{x}$.

b) Vérifie que : $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.

c) Justifie que :

- Si $x \in \left]0; \frac{1}{2}\right[$ alors $f'(x) > 0$
- Si $x \in \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ alors $f'(x) < 0$

d) Déduis-en les variations de f.

e) Dresse le tableau de variations de f.

4. a) Vérifie que : $f(1) = 0$ *et* $f\left(\frac{1}{2}\right) > 0$.

b) Justifie que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0,2 ; 0,3[$.

5. Justifie que la droite (T) d'équation $y = -x + 1$ est la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

6 .a) Recopie et complète le tableau ci-dessous.

x	0,1	0,25	0,5	1	1,5	2	3	4
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$								

b) Trace la droite (T) puis la courbe (C) sur l'intervalle $]0 ; 4]$

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Prof : M. KABY

FICHE 6

EXERCICE 1

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$

1. a) Calculer u_1.

   b) Vérifier que $u_2 = 3$

2. On donne la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 1$ pour tout entier naturel n.

   a) Calculer v_0, v_1 *et* v_2

   b) Démontrer que v_n est une suite géométrique de raison 2.

   c) Pour tout entier naturel n, justifier que $v_n = 2^{n-1}$.

3. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 1 + 2^{n-1}$

EXERCICE 2

La mutuelle du développement d'Achiékoi (MUDEVA) a été créée le 1er janvier 2005. Le premier janvier de chaque nouvelle année, la secrétaire générale calcule le taux global d'adhésion à la mutuelle. Le tableau ci-dessous donne les taux respectifs obtenus sur la période 2006-2011.

	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Age X de la MUDEVA(en années	1	2	3	4	5	6
Taux global d'adhésion Y(en pourcentage)	75	77	77,3	78,2	79,3	80

1. Représente le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. L'unité graphique est telle que :
- 2 cm représente une année sur l'axe sur l'axe des abscisses ;
- 2 cm représente un taux de 1% sur l'axe des ordonnées.

On pourra prendre le point de couple de coordonnées (0 ; 74) comme origine du repère.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G.

3. On partage la série statistique double (X ; Y) en deux séries statistiques doubles $(X_1; Y_1)$ et $(X_2; Y_2)$ comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3
y_i	75	77	77,3

x_i	4	5	6
y_i	78,2	79,3	80

a) Calculer les coordonnées respectives des points moyens G_1 et G_2.

On donnera l'arrondi d'ordre1 des coordonnées non entières.

b) Tracer la droite (D) de régression linéaire de Y en X par la méthode de Mayer sur la figure de la question 1.

c) Démontrer qu'une équation de (D) est : $y = 0{,}93x + 74{,}5$.

4 Quel devrait être le taux d'adhésion à la MUDEVA en 2015 selon l'ajustement linéaire réalisé ?

EXERCICE 3

On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + e^x$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un orthogonal (O, I, J). les unités graphiques sont : 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

1. a) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.

   b) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

2. a) Justifier que pour tout nombre réel x: $f'(x) = 1 + e^x$.

   b) Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3. a) Déterminer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α.

   b) Justifier que : $-0{,}6 < \alpha < -0{,}5$.

4. a) Justifier que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

   b) Étudier les positions relatives de (D) et (C).

5. Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 est : $y = 2x + 1$.

6. a) Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2,25	-2	-1	0	1	2
arrondi d'ordre1 de $f(x)$.						

b) Tracer (D), (C) et (T) sur l'intervalle $]-\infty; 2]$. ***On prendra*** $\alpha = 0{,}6$

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 | **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** | *Prof : M.KBY*

FICHE 7

EXERCICE 1

1. Vérifier que pour tout nombre reel x,

$(2x-1)(x^2-20x-800) = 2x^3-41x^2-1580x+800$

2. a) Résous dans R l'équation :$x^2-20x-800=0$.

b) déduire de tout ce qui précède la résolution dans R de l'équation :

$2x^3-41x^2-1580x+800$

3. Résoudre dans ℝ, l'équation : $2(lnx)^3-41(lnx)^2-1580lnx+800=0$.

Exercice2

« Junior et Fils » est une PME (Petite et Moyenne Entreprise) spécialisée dans la distribution des journaux à domicile. Les dirigeants de cette PME estiment que le nombre d'abonnés est modélisé par la suite (a_n) définie par :$\begin{cases} a_0 = 10\,000 \\ a_{n+1} = 0{,}8a_n + 500 \end{cases}$

Où a_0 désigne le nombre d'abonnés à la création de la PME et a_n le nombre total d'abonnés au terme de n années d'exercice.

1. Calculer le nombre d'abonnés de la PME au terme de la première année d'exercice.

2. Soit (b_n) la suite définie par : $b_n = 25\,000 - a_n$.

a) Calculer b_0 *et* b_1.

b) démontrer que (b_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme 15 000.

c) Exprimer b_n en fonction de n.

d) En déduire que $a_n = 25\,000 - 15\,000 \times (0{,}8)^n$.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm. On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = -2x + \ln x$.

1\. a) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

b) Donner une interprétation graphique de ce résultat.

2\. a) Justifier que pour tout $x \in]0\,;\,+\infty[$, $f(x) = x\left(-2 + \frac{\ln x}{x}\right)$.

b) Utiliser la question précédente pour calculer la limite de f en $+\infty$.

3\. a) Justifier que pour tout nombre réel x élément de $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \frac{-2x+1}{x}$.

b) Justifier que f est strictement croissante sur $\left]0\,;\,\frac{1}{2}\right[$ et strictement décroissante sur $\left]\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

c) Justifier que $f\left(\frac{1}{2}\right) = -1 - \ln(2)$.

d) Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;\,+\infty[$.

4\. a) Résoudre dans $]0\,;\,+\infty[$, l'équation $f(x) = -2x$.

b) En déduire les coordonnées du point d'intersection de (C) et de la droite (Δ) d'équation $y = -2x$.

c) Étudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (Δ).

5\. a) Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse 1 est $y = -x - 1$.

6 .a) complète le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0,1	0,5	1	1,5	1,8	2	2,5	3	4
$f(x)$		1,7		-2,6	-3		-4,1		-6,6

b) Construire la droite (Δ) et (C) sur $]0\,;\,4]$.

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** **Prof : M.KABY**

FICHE 8

EXERCICE 1

Dans une usine, un four cuit des céramiques à la température de 1000°C. A la fin de la cuisson, il est éteint et il refroidit progressivement. La phase de refroidissement du four débute dès l'instant où il est éteint. La porte du four peut être ouverte sans risque pour les céramiques dès que sa température est inférieure ou égale à 70°C ; sinon les céramiques peuvent se fissurer, voire se casser. On note T_n, la température en degré Celsius du four au bout de n heures écoulées telle que $T_0 = 1\,000$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, T_n = U_n + V_n$ où (U_n) *et* (V_n) sont deux suites définies sur N par : $\begin{cases} U_0 = 1\,000 \\ U_{n+1} = 0{,}82U_n \end{cases}$; $V_n = 20(1-(0{,}82)^n)$

La température T_n du four sera arrondie à 10^{-2} près.

1. Calculer U_1 et V_1 puis déduire que la température T_1 du four au bout d'une heure est 823,6°C.

2. Calculer la température du four au bout de 2 heures.

3. Donner la nature de la suite (U_n) puis exprimer U_n en fonction de n.

4. Justifier que, pour $n \in \mathbb{N}, T_n = 980 \times (0{,}82)^n + 20$.

5. Calculer la température du four au bout de 10 heures.

6. déterminer le temps minimum au bout duquel le four peut être ouvert sans risque pour les céramiques.

EXERCICE 2

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher et numérotés de 0, 1, 2, 3,4 ,5 , 6,7,8 et 9. On tire successivement sans remise 4 jetons du sac et on les aligne dans l'ordre où ils ont été tirés pour former un nombre.

1. Donner le plus petit et le grand de ces nombres.
2. Vérifier qu'on peut obtenir 5040 nombres possibles.
3. Parmi ces nombres :

a) Justifier qu'il y a 1120 qui commencent par un chiffre pair et se terminent par un chiffre impair.
b) Combien ne contiennent que des chiffres pairs ?
c) Combien ne contiennent pas le chiffre 0 ?

4. Soit les évènements A, B et C définis par :

A : « Obtenir un nombre de 4 chiffres »
B : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 9 000 »
C : « Obtenir un nombre de quatre chiffres inférieur ou égal à 5 000 »

a) Démontrer que la probabilité de A est $P(A) = \frac{9}{10}$.

b) Calculer P(B) et P(C), les probabilités respectives de B et C (sous forme de fraction irréductible).

EXERCICE 3

Partie A

Soit la fonction dérivable sur R et définie par $g(x) = -xe^x$.

1. Étudier le signe de $-x$ suivant les valeurs de x.
2. Justifier que : $\begin{cases} pour\ x \in]-\infty\ ;0[,\ g(x) > 0 \\ pour\ x \in]0\ ;\ +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction dérivable sur R et définie par $f(x) = (1-x)e^x + 1$.

On note (C), la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique 2 cm.

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. a) Calculer la limite de f en $-\infty$(on remarquera que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = e^x - xe^x + 1$)
   b) Interpréter graphiquement ce résultat.
3. a) Démontrer que pour $x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$.
   b) Déduire le signe de $f'(x)$ puis les variations de f.
   c) Établir le tableau de variations de f.
4. Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est :
$y = -xe + e + 1$.
5. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1; 2]$.
   b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
6. Soit la droite (D) d'équation $y = 1$. Étudier les positions relatives de (C) et (D).
7. Reproduire puis compléter le tableau ci-dessous.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	1,5	2
Arrondi de $f(x)$à 10^{-1} *près*	1,1				2		-1,2	

8. Tracer les droites (T) et (D) puis construire (C) sur l'intervalle $[-4\ ;2]$.
On prendra $e = 2{,}7$ *et* $\alpha = 1{,}27$.

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** ***Prof : M.KABY***

FICHE 9

EXERCICE 1

On considère le polynôme P défini par $P(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$

1/ Calculer P(1)

2/ Détermine les nombres réels a, b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$

3/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

4/ Déduis de la question 3/ les solutions dans $\mathbb{R}$ de chacune des équations et inéquations suivantes :

a/ $-(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + \ln x + 2 = 0$

b/ $-(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + \ln x + 2 > 0$

EXERCICE 2

Une coopérative de vendeuses de vivriers veut acheter un camion pour transporter ses produits. Un vendeur de véhicules lui propose un camion aux conditions suivantes :

- Payer en 36 mensualités et ce, à partir du premier mois suivant celui de la livraison ;
- Payer 1 600 000 francs FCA comme première mensualité ;
- Payer 40 000 francs CFA de moins que la mensualité du mois précédent et ceci pendant les 35 autres mois.

On désigne par T_n la mensualité du $n^{ième}$ mois ($1 \leq n \leq 36$).

1. a) Calculer la deuxième mensualité.

1. b) Justifier que la suite (T_n) est une suite arithmétique. Préciser le premier terme et sa raison.

1. c) Quel est le sens de variation de la suite de la suite (T_n)? Justifier ta réponse.

2. a) Démontrer que $T_n = 1\ 640\ 000 - 40\ 000n$.

b) Calculer T_6 *et* T_{36}.

3. Calculer le montant total que la coopérative doit débourser pour acquérir le camion.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I ,J) d'unité 2 cm en ordonnée et 1 cm en abscisse.
On considère la fonction f définie par $f(x) = 4 - x + \ln x$, on note (C) sa courbe représentative.

1/ Détermine le domaine de définition de f

2/ a/ Calcule la limite de f à droite de 0. Interprète graphiquement le résultat

b/ Calcule la limite de f en $+\infty$

3/ Montre que la fonction dérivée de f est $f'(x) = -1 + \frac{1}{x}$

4/ a/ Étudie les variations de f.

b/ Dresse le tableau de variation de f.

5/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [0,25 ; 0,5]

6/ Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.

7/ Trace (C) et (T).

PREPA - BACCALAUREAT SERIE A

SESSION 2021 **EPREUVE DE MATHEMATIQUES** **Prof : M.KABY**

FICHE 10

EXERCICE 1

On donnera les résultats des probabilités sous forme de fraction irréductible.

Une libraire propose 30 agendas de poche dont :

- 5 agendas couverts de cuir et coutant 9000 F chacun ;
- 12 agendas couverts de plastique et coutant 6000 F chacun ;
- 13 agendas couvert de carton et coutant 3000 F chacun.

Les agendas sont emballés dans des coffrets identiques et indiscernables au toucher puis placés dans un bac. Un client prend d'un coup trois agendas du bac.

1. Justifier que le nombre de choix possibles est 4060.

2. Soit les événements :

A : « le client prend 3 agendas couverts de cuir ».

B : « le client prend 3 agendas ayant la même couverture ».

Calculer la probabilité des événements A et B.

3. Calculer la probabilité de l'événement C : « le client prend 3 agendas pour un montant exact de 15000 F ».

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 20 obtenues en mathématiques et en physique chimie par huit candidats de la série D au baccalauréat 2005.

x_i est la note de mathématiques, y_i la note en physique-chimie.

x_i	4	6	7	9	11	14	12	17
y_i	3	4	6	8	10	12	9	17

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x; y)$ associé à la série double dans le plan rapporté à un repère orthogonal (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

2. On considère la série statistique à deux variables $(x; y)$. On partage la série statistique$(x\,;y)$ en deux séries (S_1) et (S_2) de même effectif.

(S_1)

x	4	6	7	9
y	3	4	6	8

(S_2)

x	11	14	12	17
y	10	12	9	17

On note G_1 le point moyen (S_1) et G_2 le point moyen (S_2) .

a) Déterminer les coordonnées de chacun des points G_1 et G_2.

b) Tracer la droite d'ajustement linéaire (D) du nuage de points de coordonnée (; y) par la méthode de Mayer.

c) Justifier qu'une équation de la droite (D) est : $y = \frac{6}{7}x - \frac{9}{28}$.

3. À partir de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, déterminer la note estimée en physique-chimie d'un candidat qui aurait obtenu 15 sur 20 en mathématiques.

EXERCICE3

On donne la fonction f dérivable en tout élément x de R et définie par $f(x) = x - 2 + e^x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est le cm.

1. Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2. a) Déterminer $f'(x)$.

   b) Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

3. a) Démontrer que l'équation $x - 2 + e^x = 0$ admet une unique solution β dans l'intervalle$]0\,;1[$.

   b) Justifier que $0{,}44 < \beta < 0{,}45$.

4. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

   b) Étudier la position relative de (C) et de (D).

5. Construire (C) et (D) dans le même repère.