MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONAL | REPUBLIQUE DU MALI

Académie d'Enseignement de Rive droite de BKO | **Année scolaire** : 2022 – 2023

Etablissement : LPA-Y | **Classe** : TSE | **Coeff :** 04

DEVOIR N°3 DE MATHÉMATIQUES

Durée : **4Heures** | Date : ***08 février 2023***

*Le sujet est composé de **deux exercices et un problème de deux partie tous indépendants et obligatoires.** Il comprend deux pages de 1/2 à 2/3. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussit pas leur démonstration.* ***Les calculatrices non programmables sont autorisées.***

Exercice 1 ………………………………………………………………………………(4points)

I. En utilisant les formules de primitives directes, calculer l'ensemble des primitives des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 3\sin(1-4x)$; 2) $f(x) = \frac{1}{3cos^2(3x)}$; 3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-8x+1}}$

II. En utilisant les formules de primitives directes, linéarise puis calcule l'ensemble des primitives des fonctions suivantes :

1) $f(x) = sin^3(x)$; 2) $f(x) = cos^5(\frac{x}{2})$

Exercice2……………………………………………………………………………(7points)

I. En utilisant les formules des primitives, calculer les intégrales suivantes :

1) $I = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(-2x+\pi)\, dx$ 2) $J = \int_0^4 \sqrt{4x+9}\, dx$; 3) $K = \int_0^2 |x^2-3x+2|\, dx$

II. En utilisant la formule de l'intégration par partie, calculer les intégrales suivantes

$$I = \int_0^{\pi} xsin(2x)\, dx \quad ; \quad J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos(x+\pi)\, dx$$

III.

Soient les intégrales I et J définies par : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)Cos^2 2xdx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)Sin^2 2xdx$

1) Calcule : I + J.

2) Calcule : I – J en utilisant la technique de l'intégration par parties.

3) Déduisez – en les valeurs de I et J.

Tournez SVP

Problème ……………………………………………………………………(8points)

Partie 1 (5points)

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x+d}$ où a ; b ; c et d sont des réels et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

1) Trouve les réels a ; b ; c et d sachant que la droite d'équation $x = 3$ est asymptote et (Cf) passe par les points $A(2\,;\,3)$, $B(4\,;\,7)$ et admet au point d'abscisse 2 une tangente horizontale.

2) Dans la suite du problème on prendra $a = 1\,;\, b = -1\,;\, c = -5$ et $d = -3$

a- Etudie la fonction f

b- Etudie la position de (Cf) par rapport à son asymptote oblique

c- Montre que la restriction g de f à l'intervalle $[4\,;+\infty[$ réalise une bijection de $[4\,;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

3) Montre que (Cf) admet un centre de symétrie que l'on Déterminera

4) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β

5) a- Montre que $\forall x \in [4\,;5]$, on a : $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$

b- En déduis que $\left|f(x) - \frac{15}{2}\right| \leq \frac{3}{4}|x-5|$

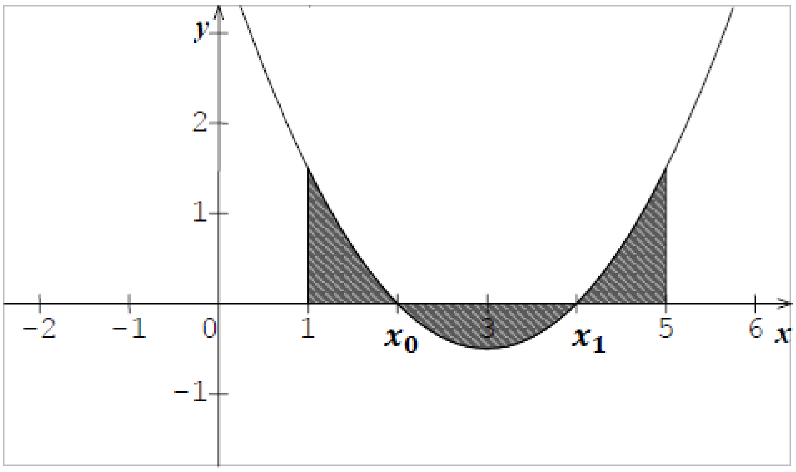
6) Trace (Cf) dans le repère $(o;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$ ainsi que (Cg^{-1}) la courbe de g^{-1}

Partie 2 : (3points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$

1) Détermine la valeur de l'intégrale $\int_1^5 f(x)dx$

2) Ci-dessous est donnée la courbe C_f représentative de la fonction f dans un repère orthonormé$(\,o\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,)$.



Tournez SVP

Proposé par Mr. Bah prof de Maths à LPA-Y

Sekoubah219@gmail.com

On souhaite Détermine la valeur de l'aire du domaine plan grisé.

a- Détermine les zéros $\boldsymbol{x_0}$ et $\boldsymbol{x_1}$ de la fonction f (avec $\boldsymbol{x_0} < \boldsymbol{x_1}$).

b- Détermine la valeur de l'intégrale $\int_1^{\boldsymbol{x_0}} f(x)dx + \int_{\boldsymbol{x_1}}^{5} f(x)dx$.

c- Détermine la valeur de l'intégrale $\int_{\boldsymbol{x_0}}^{\boldsymbol{x_1}} f(x)dx$.

d- En déduis l'aire de la partie grisée sur le graphique. (Unité graphique : $2cm$)

Présentation ***1 point***

BONNE CHANCE DANS LA RIGUEUR ET DANS L'EFORT PERSONNEL