SUJET 01

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3, 2/3, 3/3

Toute calculatrice scientifique est autorisée

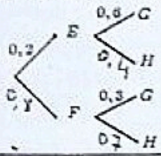
EXERCICE 1

Pour chaque énoncé écris sur ta feuille de copie Vrai si l'énoncé est vraie et Faux si l'énoncé est faux. Exemple : 5 – F

N°	ENONCES
1	$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{-3} = 1$
2	*La fonction ln est strictement croissante sur* $]0;1[$ *et strictement décroissante sur* $]1;+\infty[$
3	*Si f est une fonction telle que* $f''(a) = 0$, *alors le point d'abscisse a est un point d'inflexion de la représentation graphique de f.*
4	*Le nombre complexe* $z = \frac{1-i^3}{1+i}$ *est un nombre réel*

EXERCICE 2

Recopie le numéro de chaque ligne du tableau ci – dessous suivi de la lettre de la colonne contenant la réponse correcte.

N°	PROPOSITIONS	A	B	C
1	$\forall x > 0$ *et* $\forall y > 0$, $log(x) + log(y) =$	$log(x+y)$	$log(xy)$	$log(x) \times log(y)$
2	$\left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\right)^2 =$	1	0	-1
3	*On considère l'arbre pondéré ci – dessous*  *On a :* $P_H(F) =$	0,7	0,56	0,875
4	*La fonction* $x \mapsto -sinx(cosx)^4$ *a pour primitive*	$x \mapsto 2 + (cosx)^5$	$x \mapsto 2 + \frac{1}{5}(cosx)^5$	$x \mapsto 2 + 5(cosx)^5$

EXERCICE 3

Sur une route, un carrefour est muni d'un feu tricolore A. On admet que la probabilité pour que le feu A soit vert est $\frac{3}{4}$.

Un automobiliste passe 5 fois à ce carrefour muni du feu A.

Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de fois où l'automobiliste rencontre le feu vert.

1- a) *Justifier que X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.*
   b) *Calculer la probabilité pour que l'automobiliste rencontre exactement 3 fois le feu vert.*

2- a) *Déterminer la loi de probabilité de X.*
   b) *Calculer l'espérance mathématique et la variance de X (arrondie d'ordre zéro).*
   c) *Donner une interprétation de l'espérance mathématique.*

EXERCICE 4

I – Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ *par :* $P(z) = z^3 + 2(\sqrt{3} - i)z^2 + 4(1 - i\sqrt{3})z - 8i$

1) *Démontrer qu'il existe un nombre, un imaginaire pur, solution de l'équation* $P(z) = 0$.
2) *Soit le polynôme* $Q(z) = z^2 + 2\sqrt{3}z + 4$.
   a – *Justifier que* $P(z) = (z - 2i)Q(z)$.
   b – *Résoudre dans* $\mathbb{C}$ *l'équation* $Q(z) = 0$.
   c – *En déduire les solutions de l'équation* $P(z) = 0$.

II – Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ *(unité graphique 2cm).*

Soient A, B, C et D les points d'affixes respectives $a = 2i$, $b = -\sqrt{3} + i$, $c = -\sqrt{3} - i$ *et* $d = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

1) *Ecrire les nombres complexes b et d sous la forme exponentielle.*
2) *Pacer les points A, B, C et D dans le plan.*
3) *Démontrer que les points A, B, C et D sont cocycliques.*
4) *Qualle est la nature du quadrilatère OABC ?*
5) *Soit le nombre complexe* $Z = \frac{a-b}{c-b}$.
   a) *Déterminer le module et un argument de Z.*
   b) *Ecrire Z sous la forme algébrique et sous la forme trigonométrique.*
   c) *En déduire la nature du triangle ABC, ainsi qu'une mesure en radians de l'angle* $(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}})$

Prof : M. SOKOBA 1/20

EXERCICE 5

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2x\ln x \text{ si } x > 0 \end{cases}$

PARTIE A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - 2\ln x$.

1 – Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

2 – On admet que la fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on note g' sa dérivée.

a) Déterminer $g'(x)$ et étudier son signe.

b) Déterminer le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

3 – Vérifier que $g(1) = 0$.

4 – Démontrer qu'il existe un unique réel $a \in]3;4[$ tel que $g(a) = 0$.

PARTIE B

1 – Démontrer que la fonction f est continue à droite en 0.

2 – Etudir la dérivabilité de la fonction f à droite en 0 puis interprèter graphiquement le résultat.

3 – Calculer la limite de $f(x)$ en $+\infty$ puis la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$ et interprèter graphiquement les résultats.

4 – Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = g(x)$.

5 – Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation..

6 – Tracer (C) la courbe représentative de f. Unité 1 cm.

EXERCICE 6

Le commercial d'une société de fabrique d'alcootest projette de conquérir le marché de la Côte d'Ivoire. L'essai de son produit sur un échantillon de la population composée 8% de personnes ivres a donné les résultats suivants :

- 80 % des personnes ivres sont déclarées positives à ce test.
- 95 % des personnes non ivres sont déclarées négatives à ce test.

Pour la hiérarchie des forces de sécurité routière, un alcootest n'est fiable que si, sur la base des résultats du test d'essai, le nombre minimal de personnes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieure à 0,99 n'excède pas 50. Perturbé par cette information, il se demande si son alcootest peut être accepté par les autorités compétentes. A la recherche de personnes ressources, il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si le commercial peut réaliser son projet.

SUJET 02

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1

Associer chaque numéro de l'énoncé, à vrai si l'énoncé est vrai ou faux si l'énoncé est faux. Exemple : 5. *Vrai*

N°	Enoncés
1.	Si $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$ alors la courbe de la fonction $x \longmapsto f(x)$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse x_0.
2.	g est une fonction dérivable sur $[0;5]$ et bijective de $[0;5]$ sur $[-1;3]$ telle que $g(4) = 2$. Si $g'^{(4)} = 0$, alors g^{-1} est dérivable en 2.
3	Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une fonction dérivable sur K. Si pour tout nombre réel x de K, $F'(x) = f(x)$ alors la fonction f est une primitive de la fonction F sur K.
4.	f étant une fonction dérivable sur un intervalle I, s'il existe un nombre réel m tel que $\forall x \in I$, $\lvert f'(x)\rvert \leq m$, alors pour tous nombres réels a et b de I, on a : $\lvert f(b) - f(a)\rvert \leq m\lvert b - a\rvert$

EXERCICE 2

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

	Enoncé	a	b	c
1.	Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$. On a :	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$	$f'(x) = \frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{1}{2}}}$	$f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$
2.	Soit g une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ et g^{-1} sa bijection réciproque. Si $g(-2) = 3$ et $g'(-2) = \frac{3}{4}$, alors $(g^{-1})'(3)$ est égale à	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	4
3.	F et f sont deux fonctions continues sur un intervalle K. Si f est une primitive de F sur K, alors on a :	$F'(x) = f(x)$	$f'(x) = F(x)$	$F'(x) = f'(x)$
4.	u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K. Une primitive sur K de $u'u^r$ (avec $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$) est :	u^{r+1}	ru^{r-1}	$\frac{u^{r+1}}{r+1}$

EXERCICE 3

Soit la fonction k définie sur $]-\infty ; 1]$ par : $k(x) = x\sqrt{1-x}$

1) Justifie que $\forall\, x < 1,\ k'(x) = \frac{2-3x}{2\sqrt{1-x}}$
2) Donne une primitive sur $]-\infty ; 1]$ de $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$
3) Soit la fonction h définie par : $h(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$

a) Justifie que $\forall\, x < 1,\ h(x) = \frac{2}{3}\left(g(x) - k'(x)\right)$

b) déduis-en la primitive de h sur $]-\infty ; 1[$ qui prend la valeur 2 en 0.

EXERCICE 4

1. Ecris sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes $1 + i$ et $\sqrt{3} + i$
2. On donne le nombre complexe $u = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$
   a) Ecris u sous forme trigonométrique.
   b) Ecris u sous forme algébrique.
   c) Déduis-en les valeurs exactes de $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 3 cm.
   A, B, C et D sont les points d'affixes respectives $1 + i$, $\sqrt{3} + i$, $1 + i\sqrt{3}$ et $2i$.
   a) Justifie que les points B, C et D appartiennent au cercle de centre O et de rayon 3 cm.
   b) Place les points A, B, C et D dans le repère.
4. A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{z-1-i}{z-2i}$
   a) Justifie que $z' = \frac{x^2-x+y^2-3y+2}{x^2+(y-2)^2} + \frac{x+y-2}{x^2+(y-2)^2}i$
   b) Déterminer l'ensemble (E_1) des points M d'affixe z tels que z' est un réel.
   c) Déterminer l'ensemble (E_2) des points M d'affixe z tels que z' est un imaginaire pure.
   d) Déterminer l'ensemble (E_3) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$.

EXERCICE 5

Un pâtissier commercialise des glaces d'un même type très prisées par les consommateurs. Il peut en produire entre 100 et 300 par jour dans sa petite entreprise. On suppose que cette production est vendue dans sa totalité.
Le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs réalisé pour la production et la vente de x centaines de glaces est modélisé sur l'intervalle $[1 ; 3]$ par la fonction B dont la dérivée B' est définie par $B'(x) = -20x + 30$.
Pour une centaine de glaces vendues, son bénéfice est 20 mille francs CFA.
Ce pâtissier voulant accroître le bénéfice de l'entreprise et n'ayant pas de personnel qualifié, te demande le nombre de glaces à produire en un jour, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.
A l'aide d'une production argumentée répond à la préoccupation du pâtissier

SUJET 03

MATHÉMATIQUES

SERIE D

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3
Tout modèle de calculatrice non graphique est autorisé

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chacune des affirmations ci-dessous, recopie le numéro suivi de vrai si elle est vraie ou suivi de faux si elle fausse.

1	$(\sqrt{3}+i)^3$ est un nombre réel
2	Si X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres : $n = 5$ et $p = \frac{3}{4}$; alors la variance V(X) est égale à $\frac{15}{4}$.
3	La fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ admet un prolongement par continuité en 1.
4	Si la fonction h définie par $h(x) = 3x - 1$ et h^{-1} la bijection réciproque de h, alors $(h^{-1})'(1) = \frac{1}{3}$

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacun des énoncés ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est vraie. Sur ta feuille de copie, écris le numéro de chaque énoncé suivi de de la lettre qui correspond à la bonne réponse.

N°	Enoncé	Réponses	
1	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé. On donne A (1 + i) et B(−2i). L'ensemble des points M(z) tels que : $\|z - 1 - i\| = \|z + 2i\|$ est	A	Le cercle de diamètre $[AB]$
		B	Le cercle de diamètre AB
		C	La médiatrice du segment $[AB]$
2	Une primitive H de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 6sin(3x + 2)$ est :	A	$H(x) = 2cos(3x + 2)$
		B	$H(x) = -2cos(3x + 2)$
		C	$H(x) = 6cos(3x + 2)$

3	On donne les nombres complexes suivants : A = 2 + i et B = 4 − 3i. La forme algébrique du quotient $\frac{A}{B}$ est	A	$\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$
		B	$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$
		C	$-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$
4	La transformation du plan d'écriture complexe : $z' = (-1+i)z+1$ est :	A	Une rotation d'angle $-\frac{\pi}{4}$
		B	Une similitude directe d'angle $\frac{3\pi}{4}$
		C	Une similitude directe d'angle $-\frac{3\pi}{4}$

EXERCICE 3: 3 points

On considère le polynôme à variable complexe P définie par : $P(z) = z^3-(5+i)z^2+(10+6i)z-8-16i$

1. Justifie que $2i$ un zéro de P.
2. Déduis-en trois nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z-2i)(az^2+bz+c)$
3. Sachant que $-1-3i$ et $1+3i$ sont les racines carrées du nombre complexe $-8+6i$.
   a. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-(5-i)z+8-4i=0$
   b. On pose $P(z) = (z-2i)(z^2-(5-i)z+8-4i)$
   Déduis-en de tout ce qui précède les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(z) = 0$.
4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$.
   A, B et C sont trois points d'affixes respectifs : $z_A = 3+i$; $z_B = 2i$ et $z_C = 2-2i$.
   a. Place les points A, B et C dans le plan complexe.
   b. Calcule le rapport $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ et en déduis-en la nature du triangle ABC.
   c. Détermine l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme, puis construis le parallélogramme ABCD.

EXERCICE 4 : 3 points

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.
Grace à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de descendre pour le saisir :

- S'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- S'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux de l'une de ces bornes de péage :

- Lorsqu'un camion passe, le ticket sort en haut que deux fois sur trois ;
- Lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint de descendre pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60% des véhicules sont des camions. On considère les évènements suivants :

- C : « Le véhicule qui se présente est un camion »
- H : « Le ticket sort en haut »
- B : « Le ticket sort en bas ».

1. a) Démontre que : $P(C) = \frac{3}{5}$; $P_C(H) = \frac{2}{3}$ et $P_{\bar{C}}(H) = \frac{1}{4}$
   b) Construis un arbre de probabilité présentant la situation
   c) Justifie que la probabilité pour que le ticket sorte en haut est égale à $\frac{1}{2}$.
   d) Déduis-en la probabilité que le véhicule soit un camion sachant que le ticket sort en haut.
2. Démontre que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de descendre de son véhicule pour saisir le ticket vaut $\frac{7}{10}$. (On remarquera que le conducteur descend pour saisir son ticket si le véhicule est un camion et le ticket sort en bas ou le véhicule n'est pas un camion et le ticket sort en haut)
3. À cette borne de péage, les tarifs sont de 1250F CFA pour les camions et 750F CFA pour les autres véhicules. Mais à cause du fonctionnement défectueux de cette borne de péage, la société fait une remise de 250FCFA à chaque fois qu'un conducteur est contraint de descendre pour saisir son ticket. On note X, la variable aléatoire égale au tarifs payé par un conducteur à cette borne de péage.
   a) Démontre que la loi de probabilité de X est définie par la tableau suivant :

$X = x_i$	500	750	1000	1250
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

   b) Justifie que l'espérance mathématique de X est 975 puis interprète ce résultat.

EXERCICE 5 : 5 points

On considère la fonction numérique f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)(2e^x-1)$.
(C_f) est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ d'unité $2\ cm$.

Partie A

Soit g la fonction numérique définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - e^{-x}$
Le tableau ci-dessous est le tableau de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

1. a) Justifie que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans $\mathbb{R}$.
   b) Vérifie que $\alpha \in]0{,}3\ ;\ 0{,}4[$.
2. Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty\ ;\ \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha\ ;\ +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

1. a) Justifie que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et calcule $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donne une interprétation graphique des résultats obtenus
   b) Justifie que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.
2. a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}\ ; f(x) = 1 - x + 2(x-1)e^x$
   b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 1 - x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$.
   c) Étudie les positions relatives de (C_f) par rapport à (D).
3. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}\ ; f'(x) = e^x g(x)$.
   b) Déduis-en les variations de f puis dresse le tableau de variation de f.
4. a) Justifie que $-ln2$ et 1 sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans $\mathbb{R}$.
   b) Déduis-en les coordonnées des points d'intersections A et B de (C_f) et de l'axe des abscisses. On choisira : $x_A < x_B$ (x_A et x_B étant les abscisses respectives de A et B)
5. Justifie qu'une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0 est $y = -x - 1$.
6. Trace les droites (D) et (T), puis construis (C_f). (On prendra $\alpha = 0{,}35$ et $f(\alpha) = -1{,}2$)

EXERCICE 6 : 5 points

Un commerçant de meubles de luxe achète ses articles en Turquie. Lorsqu'il achète en ligne les frais de transport sont inclus dans le coût de la marchandise et le fournisseur se charge de l'expédition. Cette fois-ci, dans l'intention d'accroître ses bénéfices, il décide de faire le déplacement. Mais avant, il échange avec une société de transport IMPORT-EXPORT ; il ressort de cet échange que les articles aussi fragiles que les siens ont 75% de chance de ne pas être endommagé durant le transport.
Il veut savoir la quantité minimale d'article qu'il doit acheter afin qu'il ait plus de 99% de chance qu'au moins un article ne soit endommagé. Il te demande de l'aider moyennant une récompense.
En t'appuyant sur tes connaissances mathématiques au programme, aide-le

SUJET 04

MATHÉMATIQUES

SERIE : D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 (2 points)

Réponds par VRAI ou FAUX à chacune des assertions suivantes :

(1) $(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})^{2023} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$.
(2) La fonction : $x \mapsto |x|$ est dérivable sur IR.
(3) Si une application est strictement croissante sur un intervalle, alors est injective sur cet intervalle.
(4) Soit X est une variable aléatoire. Si $X \sim \mathcal{B}(6; \frac{1}{3})$ alors $P(X \geq 1) = 1 - (\frac{1}{3})^6$
(5) Toutes les racines nièmes de l'unité sont les nombres complexes de la forme : $e^{\frac{k2\pi}{n}+\pi}$ avec $k \in \mathbb{Z}$
(6) L'écriture suivante $\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + isin(\frac{\pi}{6})\right]$représente une forme trigonométrique d'un nombre complexe

EXERCICE 2 (2 points)

(1) Soit f une bijection sur un intervalle I et f^{-1} sa bijection réciproque.
Ordonne les groupes de mots ci-dessous pour obtenir une propriété correcte.
« alors f^{-1} est dérivable //Si f est dérivable sur I // $f'(x)$ est non nul// et si pour tout x de I //sur $f(I)$. »
(2) On donne la fonction g suivante : $g(x) = ln^2(3x+4)$, dérivable sur $[0; +\infty[$.
Parmi les propositions ci-dessous, détermine la fonction dérivée de la fonction g :
a) $f(x) = \frac{3}{3x+4}$ b) $h(x) = \frac{2}{3x+4} ln(3x+4)$ c) $u(x) = \frac{6}{3x+4} ln(3x+4)$
d) $v(x) = \frac{6}{(3x+4)^2} ln(3x+4)$
(3) Soit la fonction u continue sur IR définie par : $u: x \mapsto (\cos(-2x))^5 \sin(-2x)$

Parmi les propositions ci-dessous, détermine une primitive de la fonction u :

(a) $f(x) = \frac{1}{2}(\cos(-2x))^6$ b) $h(x) = \frac{-1}{12}(\cos(-2x))^6\sin(-2x)$

c) $w(x) = \frac{1}{12}(\cos(-2x))^6$ d) $v(x) = \frac{1}{12}(\sin(-2x))^6$

(4) Parmi les nombres complexes ci-dessous, détermine une racine carrée de $8 - 8i\sqrt{3}$

a) $-4 + 4i\sqrt{3}$ b) $-2\sqrt{3} + 2i$ c) $16 - 2i\sqrt{3}$

EXERCICE 3 (2,5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité : 2 centimètres.

Soit A et B deux points du plan d'affixes respectives $-2i$ et $1 - i$.

A tout nombre complexe z différent de $1 - i$, on associe le nombre complexe suivant : $Z = \frac{z+2i}{z-1+i}$.

1) Interprète géométriquement le module de Z

2) Détermine l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|Z| = 1$.

3) On donne l'écriture algébrique de Z suivante :

$Z = \frac{x^2-x+y^2+3y+2}{(x-1)^2+(y+1)^2} + \frac{x-y+2}{(x-1)^2+(y+1)^2}i.$

Détermine l'ensemble des points M d'affixe z tel que Z soit imaginaire pur.

EXERCICE 4(3,5 points)

Un lot de bulbes de fleurs a un pouvoir germinatif de 80% (c'est-à-dire que chaque bulbe produit une fleur avec une probabilité de 0,8, indépendamment des autres bulbes.)

Chaque bulbe contient un des trois gènes r (rouge), b (blanc), j (jaune) qui détermine la couleur de la fleur future éventuelle. On suppose que la probabilité pour qu'un bulbe donné possède le gène r, b, j est respectivement 0,5 ; 0,1 ; 0,4 et ceci indépendamment des autres bulbes.

1) Détermine la probabilité d'obtenir cinq fleurs en plantant cinq bulbes.

2) a) Détermine la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur rouge.

b) On plante cinq bulbes, soit X la variable aléatoire égale au nombre de fleurs rouges obtenues.

Justifie que X suit une loi binomiale puis précise ses paramètres.

b) Détermine l'espérance mathématique de X.

3) a) Détermine la probabilité pour qu'un bulbe planté produise une fleur blanche.

b) Soit n un nombre entier naturel non nul et P_n la probabilité de n'obtenir aucune fleur blanche après avoir planté n bulbes.

Détermine P_n en fonction de n.

c) Détermine le nombre minimal de bulbes qu'il faut planter pour obtenir au moins une fleur blanche avec une probabilité supérieure à 0,95.

EXERCICE 5(5 points)

Soit une fonction f de IR vers IR définie par : $f(x) = x^2e^{-x}$.

1) Détermine les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) Pour tout x de IR, détermine la dérivée de f puis établis le tableau de variation de f.

3) Trace la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ; I, J). Unité : 4cm.

4) a) Démontre que la fonction F définie sur IR par $F(x) = -(x^2 + 2x + 2)\, e^{-x}$ est une primitive de f sur IR.

Soit S l'ensemble défini par : $S = \{M(x,y) \in \wp/0 \leq x \leq t \text{ et } 0 \leq y \leq f(x)\}$ où t est un nombre réel strictement positif.

b) On pose : $\mathrm{A}(t) = F(t) - F(0)$, on admet que $\mathrm{A}(t)$ est l'aire de S.

Détermine l'expression de $\mathrm{A}(t)$en fonction de t.

c) Déduis la limite de $\mathrm{A}(t)$lorsque t tend vers $+\infty$.

5) Démontre que l'équation : $f(x) = 4e^{-2}$ admet une unique solution dans l'intervalle I où $I = [-1,0]$. On note α cette solution.

6) Soit la fonction g de IR vers IR définie par : $g(x) = \left(-\frac{2}{e}\right)e^{\frac{x}{2}}$.

a) Démontre que l'équation : $f(\alpha) = 4e^{-2}$ est équivalente à $g(\alpha) = \alpha$.

b) Démontre que pour tout x de I, $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

c) Déduis-en que pour tout x de I, $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}$.

EXERCICE 6 (5 points)

Le son se manifeste par des variations de la pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le Pascal. La pression de l'air s'exerce sur le tympan de l'oreille humaine.

Des expériences scientifiques ont montré que pour une pression de l'air supérieure ou égale à $2\text{x}10^{-6}$ Pascal s'exerçant sur le tympan, l'oreille humaine perçoit un son dont le niveau se mesure en décibels.

On note $p_0 = 2\text{x}10^{-6}$. Pour une pression de p Pascal s'exerçant sur le tympan, avec $p \geq p_0$, le niveau sonore perçu est modélisée par:

$f(p) = \frac{20}{\ln 10}\ln(5\,000p)$.

- Si la pression de l'air est supérieure à 20 Pascals, les niveaux sonores provoquent une douleur à l'oreille. Les scientifiques souhaiteraient connaitre ces niveaux sonores.
- Par ailleurs, pour tout $p \geq p_0$ et $n \in IN$, ils voudraient connaitre la relation existant entre les niveaux sonores : $f(p)$ et $f(10^n p)$

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds aux préoccupations des scientifiques.

SUJET 05

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : D

Cette épreuve comporte deux (03) pages numérotées : 1/3, 2/3 et 3/3.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Exercice 1 : 2 points

Écris, le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

N°	Enoncé
1	L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AE}$ est $z_A - z_E$
2	Soit $z = a + bi$ un nombre complexe avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ le module de z est $\|z\| = \sqrt{a^2 + b^2}$
3	Si f est une continue et strictement décroissante sur [a ;b] alors $f([a;b]) = [f(a); f(b)]$
4	Soient A et B deux évènements incompatibles d'un même univers, on a $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Exercice 2 : 2 points

Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse choisie.

N°	Enoncés	A	B	C
1	La fonction G définie sur $]-1;+\infty[$ par $G(x) = -\frac{3}{x+1} - 5\ln(x+1) + 7$ est une primitive de la fonction.....	$g(x) = \frac{-5x+2}{(x+1)^2}$	$g(x) = -\frac{5x+2}{(x+1)^2}$	$g(x) = \frac{5x-2}{(x+1)^2}$
2	La partie imaginaire du nombre complexe $z = -5 + 6i$ est	$6i$	6	-5
3	L'ensemble de validité de l'équation dans $\mathbb{R}$: $ln(5 - x^2) = ln4x$ est	$]0;5[$	$]-5;0[$	$]0;\sqrt{5}[$
4	f est une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f''(x) = 2x - 2$. Sa courbe représentative admet un point d'inflexion en	$(1; f(1))$	$(2; f(2))$	$(0; f(0))$

Exercice 3 : 3 points

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{x^3+3x}{(x^2+1)^2}$

1) Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}$; $h(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2} + \frac{x}{x^2+1}$
2) Détermine une primitive H de h sur $\mathbb{R}$.
3) Déduis la primitive G de h sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 1.

Exercice 4 : 3 points

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants :

- 80 % des élèves sont contre les congés anticipés ;
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10% ont eu la moyenne au premier trimestre ;
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90% ont eu la moyenne au premier trimestre.

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les évènements suivants :

F: « L'élève est favorable aux congés anticipés. »

M: « L'élève a eu la moyenne au premier trimestre. »

Partie A : ***Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.***

1) Justifie que la probabilité que l'élève soit contre les congés anticipés et ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{18}{25}$.
2) Justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{37}{50}$.

Partie B : *Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme décimale arrondie d'ordre 3.*

On choisit au hasard 12 élèves de ce lycée et on considère la variable aléatoire X prenant pour valeur, le nombre d'élèves ayant la moyenne au premier trimestre. On admet que la population de ce lycée est suffisamment grande pour que le choix de 12 élèves soit assimilable à une succession d'expériences indépendantes.

1) Calcule la probabilité qu'il y ait exactement 7 élèves ayant eu la moyenne au premier trimestre.
2) Calcule l'espérance mathématique de X. Interprète le résultat.
3) On choisit au hasard n élèves de ce lycée ($n \in \mathbb{N}$). Détermine la valeur minimale de n pour que la probabilité d'avoir au moins un élève ayant eu la moyenne au premier trimestre soit supérieure à 0,89.

Exercice 5: 5 points

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur et définie par : $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + 1 - 2lnx$

1) Démontre que $\forall x \in]0;+\infty[, g'(x) = \frac{2(x-1)(x^2+x+1)}{x}$;
2) Détermine le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.
3) Déduis les variations de g et dresse le tableau de variation de g (On ne demande pas de calculer les limites).
4) Démontre que : que $\forall x \in]0;+\infty[, g(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction dérivable sur que $]0;+\infty[$, et définie par : $f(x) = \frac{2}{3}x - 1 + \frac{lnx}{x^2}$.

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J). L'unité graphique est 2 cm.

1) a) Détermine les limites de f en 0 et en$+\infty$.
   b) Déduis que (C) admet une asymptote verticale.
2) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = \frac{2}{3}x - 1$ est une asymptote oblique à (C).
   b) Etudie la position de (C) par rapport à (D).
3) a) Démontre que : $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
   b) Détermine les variations de f.
   c) Dresse le tableau de variations de f.

4) a) Démontre que l'équation : $\forall x \in]0;+\infty[, f(x) = 0$ admet une solution unique α.

b) Démontre que : $1,15 < \alpha < 1,3$.

c) Construis (D) et (C) dans le même repère. *(On prendra = 1,2).*

Exercice 6 : (5 points)

Une entreprise de transformation du caoutchouc installée dans la ville de Soubré met en vente pour le mois de février 2023 (qui compte 28 jours) une partie de ses actions.

Ton papa, agent économique de la région de la Nawa, souhaite acquérir ces actions.

Après investigation, celui-ci est informé que la valeur totale de ces actions qui varie selon le jour, est modélisée en millions de francs CFA par la relation : $V(x) = -(x+1)^2 + 648\ln(x+1) + 1550$ où x désigne l'ordre des jours du mois de février.

Par ailleurs, le gain tiré des actions est d'autant plus grand que la valeur totale des actions est élevée.

Ton papa, l'agent économique souhaite connaître le jour du mois de février le mieux indiqué pour obtenir un gain maximal de l'acquisition de ces actions. Ne sachant comment s'y prendre, il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, rédige la réponse que tu lui donneras.

SUJET 06

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3,2/3,3/3

Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1

Réponds à chaque affirmation sur ta feuille de copie par V si l'affirmation est vraie et par F si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	*U étant une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I, la dérivée de la fonction* $\frac{2}{3}U\sqrt{U}$ *est* $U\sqrt{U'}$
2	*Le module du nombre complexe* $z = (1 - i\sqrt{2})^3$ *est* $3\sqrt{3}$.
3	*La fonction* $x \longmapsto \ln x$ *est strictement négative sur* $]0;+\infty[$.
4	*A et B deux évènements d'une même expérience aléatoire on a* $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

EXERCICE 2

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	PROPOSITIONS	A	B	C
1	*La primitive F sur* $]1;+\infty[$ de la fonction $x \longmapsto \ln x$ est :	$F(x) = x\ln x - x$	$F(x) = x\ln x + x$	$F(x) = x\ln x - 1$
2	*Si pour* $x \in [0;+\infty[$ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x}}{x} = +\infty$ *alors*	*la courbe de la fonction* $x \longmapsto \sqrt{x}$ *admet une demi − tangente*	*la courbe de la fonction* $x \longmapsto \sqrt{x}$ *admet une asymptote en* $+\infty$	*la courbe de la fonction* $x \longmapsto \sqrt{x}$ *admet une demi − tangente verticale*
3	*Le nombre réel* $\frac{4 \times \sqrt[10]{8}}{\sqrt{\sqrt[5]{256}}}$ *est égal à*	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
4	*La forme algébrique du nombre complexe* $z = \frac{1+i^{1977}}{2-i}$ *est:*	$z = \frac{-4}{5} + \frac{2}{5}i$	$z = \frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$	$z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$

EXERCICE 3

On donne les fonctions f, g et F définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$, $g(x) = \cos^4(x)$ et $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1}$.

1- *Démontrer que* $\cos^4(x) = \frac{1}{8}[3 + 4\cos(2x) + \cos(4x)]$,

Déduis − en les primitives de g sur $\mathbb{R}$.

2- *Démontrer que F est une primitive de f sur* $\mathbb{R}$.

3- *Déterminer la primitive* F_0 *de f qui s'annule en 0.*

EXERCICE 4

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1, *25% de l'horticulteur* H_2 *et le reste de l'horticulteur* H_3. *Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères etdes feuillus. La livraison de l'horticulteur* H_1 *comporte 80% de conifères, alors que celle de l'horticulteur* H_2 *n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur* H_3 *seulement 30%.*

1. *Le gérant de la jardinerie choisit un arbre dans son stock. On considère les évènements suivants :*
   - H_1 : *« L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur* H_1 *» ;*
   - H_2 : *« L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur* H_2 *» ;*
   - H_3 : *« L'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur* H_3 *»*
   - C : *« L'arbre cnoisi est un conifère »*
   - F : *« L'arbre choisi est un feuillu »*

a) *Construire un arbre pondéré traduisant la situation.*

Calculer la probabilité pour que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3.

c) Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,525.

d) L'arbre choisi est un conifère. Déterminer la probabilité qu'il l'ait acheté chez l'horticulteur H_1.
(On arrondira le résultat à 10^{-3} près)

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie.
On suppose que ce stock est suffisamment important pour ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.
a) Justifier que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
b) Calcule la probabilité pour que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères.
c) On suppose un échantillon de n arbres ($n \in \mathbb{N}$).

Démontrer que la probabilité que l'échantillon prélevé comporte au moins un conifère est $P_n = 1 - \left(\frac{475}{1000}\right)^n$

3. Déterminer la valeur minimale de n pour laquelle $P_n \geq 0{,}999$.

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2 cm.

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $g(x) = -1 + x\ln x$ si $x > 0$ et $g(0) = -1$

1 – a) Justifie que g est continue en 0.
b) Justifie que g n'est pas dérivable en 0.

2 – a) Calcule $g'(x)$, pour $x \in]0\,;+\infty[$.
b) Démontrer que g est strictement croissante sur $\left[0;\frac{1}{e}\right]$ et strictement croissante sur $\left[\frac{1}{e};+\infty\right[$;
c) Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, dresser le tableau de variation de g.

3 – a) Démontrer que l'équation : $x \in]0\,;+\infty[$, $g(x) = 0$ admet une solution unique α.
b) Vérifier que : $1 < \alpha < 2$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 1 - x + (x-1)\ln x$. On note (C) la courbe représentative de f.

1 – a) Calcule la limite de f en 0. Interpréter les résultats.
b) Calcule la limite en $+\infty$ de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$. Interpréter les résultats.

2 – a) Démontrer que : $\forall x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \frac{f(x)}{x}$.
b) Déterminer le sens de variation de f.
c) Justifier que : $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.
d) Dresser le tableau de variation de f.

3 – a) Déterminer que la droite (T) d'équation $y = -x + 1$ est tangente à (C) en son point d'abscisse 1.
b) Justifier que (C) est au – dessus de (T) sur $]0\,;+\infty[$.

4 – On donne : $\alpha = 1{,}7$ et $f(\alpha) = -0{,}3$. Trace (T) et (C).

5 – Soit h la restriction de f à l'intervalle $[2;+\infty[$.
a) Justifier que h est une bijection de $[2;+\infty[$ vers un intervalle que l'on précisera.
b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de de h. Dresser le tableau de variation de h^{-1}.
c) Tracer (H) la courbe représentative de h^{-1} dans le repère (O, I, J).
d) Vérifier que $h(e) = 0$. Justifier que h^{-1} est dérivable en 0 et calculer $(h^{-1})'(0)$.

EXERCICE 6

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalièrede production est comprise entre 1 000 et 3 000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1\,;3]$ par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

Le directeur de l'usine veut accroitre le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.
Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

SUJET 07

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1

Écris le numéro de l'affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	La fonction $F : x \mapsto \cos^5 x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \mapsto -5\sin x . \cos^4 x$.
2	La dérivée de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\ln x}$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}$
3	Si f est continue et strictement croissante sur $[-1; 1]$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[-1; 1]$.

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous quatre réponses sont données dont une seule est juste.
Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	ÉNONCE	REPONSES PROPOSEES	
1	Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $\left(4; \frac{1}{2}\right)$. La variance $V(X)$ est :	A	$V(X) = 2$
		B	$V(X) = 0$
		C	$V(X) = 1$
		D	$V(X) = -1$
2	Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$. Une primitive de F sur $]1; +\infty[$ est F définie par :	A	$F(x) = \ln x$
		B	$F(x) = \ln(\ln x)$
		C	$F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$
		D	$F(x) = \frac{1}{2}(\ln(\ln x))^3$
3	L'équation $(E) : x \in \mathbb{R}, x^3 = 2\pi - 3x$	A	Admet une unique solution dans $[0; 1]$
		B	Admet une unique solution dans $[1; 2]$
		C	N'admet pas de solution dans $[1; 2]$
		D	Admet exactement deux solutions dans $[1; 2]$
4	Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = xe^{\frac{1}{x}} - 1$. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ est :	A	$-\infty$
		B	1
		C	-1
		D	$+\infty$

EXERCICE 3

Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3 - (4 + 6i)z^2 + (-8 + 17i)z + 15 - 3i$.

1) Calculer $(2 + i)^2$ et en déduire les racines carrées de $3 + 4i$.
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (4 + 2i)z + 1 + 5i = 0$.
3) a) Justifier que $P(z) = (z - 3i)[z^2 - (4 + 2i)z + 1 + 5i]$.
   b) En déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation : $P(z) = 0$.
4) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J), les points $A(1 + i)$, $B(3i)$ et $D(3 + 2i)$.
   a) Placer les points A, B et C dans le plan ; $OI = OJ = 2\ cm$.
   b) Justifier que le triangle ABD est rectangle et isocèle en A.
   c) Soit E le symétrique de B par rapport à A. Justifier que l'affixe de E est : $z_E = 2 - i$

EXERCICE 4

On considère dans le plan complexe, les points G, T et R d'affixes respectifs : $3i$, $3 + 2i$ et $2 - i$. Unité graphique $2\ cm$.
S est la similitude directe de centre G qui transforme T en R.

1) Vérifier que l'écriture complexe de la similitude S est $z' = (1 - i)z - 3$.
2) Déterminer l'angle et le rapport de la similitude S.
3) On considère l'ensemble (Γ) des points M d'affixes z tels que $|z - 1 - i| = \sqrt{5}$.
   a) Justifier que (Γ) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon. Construis (Γ).
   b) On note (C), l'image de (Γ) par la similitude S. Détermine et construis (C).

EXERCICE 5

Le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J), (unité $1cm$).
On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de représentation graphique (C_f) et définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}xe^{\frac{1}{x}}\ si\ x \in \mathbb{R}^* \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) a. Détermine D_f, l'ensemble définition de f.
   b. Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

c. f est-elle continue en 0 ? Justifiez votre réponse.
d. Déduire de 1) b- les asymptotes éventuelles à (C_f).

2) Montrer que la droite (Δ) d'équation : $y = \frac{1}{2}(x+1)$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
3) Etudier la dérivabilité de f en 0. On donnera une interprétation éventuelle du résultat.
4) On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
   a. Déterminer $f'(x)$.
   b. Etudier les variations puis dresser le tableau de variation de f.
5) Compléter la table de valeurs suivante :

x	-3	-2	-1	$0{,}5$	2	3
$f(x)$						

6) On admet que (C_f) est en dessous de (Δ) sur $]-\infty; 0]$ et au-dessus de (Δ) sur $]0; +\infty[$.
   Construire (C_f) et ses asymptotes dans le repère (O, I, J).

EXERCICE 6

Une entreprise produit chaque année entre 100 et 900 motos.
Une étude a révélé que le coût annuel de fabrication des motos, exprimé en centaine de milliers de francs CFA, pour x centaines de motos est modélisé par la fonction C définie sur $[1; 9]$ par : $C(x) = 0{,}5x^2 - 7x + 14 + 6\ln x$.
Le directeur de l'entreprise veut réduire le coût annuel de fabrication des motos.
N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de motos à fabriquer par an pour que le coût de fabrication des motos soit minimal.
Déterminer le nombre de motos à produire par an pour que le coût de fabrication des motos soit minimal.

SUJET 08

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1 (2 points)
Écris, le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

1	L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AE}$ est $z_A - z_E$
2	Soit $z = a + bi$ un nombre complexe avec $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, le module de z est : $\lvert z\rvert = \sqrt{a^2 + b^2}$
3	Si f est une continue et strictement décroissante sur $[a ; b]$ alors $f([a; b]) = [f(a); f(b)]$
4	Soient A et B deux évènements incompatibles d'un même univers, on a : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

EXERCICE 2 (3 points)
Pour chaque affirmation,. Ecris le numéro de l'affirmation et la lettre correspondant à la bonne réponse.

1	i^{2025} est égal à :	A	1
		B	i
		C	$-i$
2	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $\ln(5-x) < 4$ est :	A	$]1; 5[$
		B	$]5 ; 5 + e^4[$
		C	$]5 - e^4 ; 5[$
3	Une expérience aléatoire où l'on s'intéresse à un évènement appelé "succès" et à sa non réalisation appelée " échec " est :	A	Un schéma de Bernoulli
		B	Une épreuve de Bernouilli
		C	Une loi binomiale
4	La forme exponentielle du nombre complexe $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$ est :	A	$\frac{3\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}$
		B	$\frac{3}{2}e^{\frac{13\pi}{4}}$
		C	$\frac{3\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}}$

EXERCICE 3 (3 points)
Dans une société de transport 80% des véhicules sont révisés avant d'être mis en circulation.

✓ Si un véhicule est révisé, la probabilité qu'il tombe en panne avant la prochaine révision est égale à 0,1
✓ 60% des véhicules non révisés tombent en panne avant la prochaine révision.

Soit R l' évènement : "<< le véhicule est révisé >> " et T l'évènement : " << le véhicule tombe en panne >>

1) On choisit au hasard un véhicule de cette société de transport.
   a- Traduit la situation à l'aide d'un arbre de probabilité
   b- Calcule la probabilité de l'évènement : "<< le véhicule est révisé et tombe en panne avant la prochaine révision>> "
   c- Montre que la probabilité que le véhicule tombe en panne avant la prochaine révision est $\frac{1}{5}$
   d- La société apprend que l'un de ses véhicules est tombé en panne. Quelle est la probabilité qu'il ait été révisé ?

2) On suppose que le nombre de véhicules de cette société est suffisamment élevé et que l'état de chaque véhicule est indépendant des états des autres véhicules. On choisit au hasard 10 véhicules de cette société. Soit X la variable aléatoire associée au nombre de véhicules en panne avant la prochaine révision.

a-Calcule la probabilité qu'exactement trois véhicules tombent en panne.

b- Calcule l'espérance mathématique.

EXERCICE 4 (4 points)

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = (2-x)e^x + 2 - x$ .On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, unité graphique : 1 cm.

Partie A

On donne la fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $h(x) = (1-x)e^x - 1$

1. a) Calculer la limite de h en $-\infty$. Interprète graphiquement le résultat.
   b Calculer la limite de h en $+\infty$.
2. Etudie les variations de h puis dresser son tableau de variation.
3. En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) \leq 0$

Partie B

1- Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2- a. Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = h(x)$.

b. Etudie le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

3- a-Montre que la droite (D) d'équation $y = 2 - x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$.

b-Etudier la position relative de (C_f) et (D).

c-Détermine les coordonnées des points A et B où (D) coupe respectivement les droites (OI) et (OJ).

4- Construire (C_f) , (D) dans un même repère.

EXERCICE 5 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) ; Unité graphique : $1cm$.

Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (5+i)z^2 + (10+6i)z - 8 - 16i$

1) Démontre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure.

2) a-Détermine les nombres réels a , b et c tels que : $P(z) = (z-2i)(az^2 + bz + c)$ avec a , b et c des nombres complexes.

b- Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$

3) Soient les points A , B, et C d'affixes respectives $3+i$; $2i$ et $2-2i$

a- Place les points A , B, et C dans le repère orthonormé direct (O, I, J)

b- Justifie le triangle ABC est un triangle isocèle.

c- Détermine l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme et place D

EXERCICE 6 (4 points)

A la fin de chaque mois, une nouvelle entreprise de fabrication de boissons gazeuses fait le bilan de ses recettes du mois écoulé. Un expert en finances et ami du chef de l'entreprise, ayant obtenu des chiffres sur l'évolution financière de cette entreprise, fait une modélisation des recettes par la fonction x telle que : pour tout $x \geq 1$; $r(x) = 3x - x\ln\left(\frac{1}{2}x\right)$, où x désigne le nombre de mois d'existence de l'entreprise et $r(x)$ est exprimée en millions de francs CFA. Le chef, pour surmonter d'éventuelles difficultés que pourrait connaître son entreprise, voudrait savoir le mois à partir duquel une baisse des recettes sera enregistrée, en vue d'accroître le capital d'investissement. Il te sollicite. Réponds à la préoccupation du chef de l'entreprise.

SUJET 09

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte (3) pages numérotés 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta copie, le numéro de chacune des affirmations suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si elle est fausse.

1. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2,3]$ et $f(-2) \times f(3) < 0$ alors l'équation $(x) = 0$ admet une unique solution sur $[-2,3]$.
2. Soit une fonction S et sa bijection réciproque f^{-1}. Leurs courbes représentatives sont symétriques par rapport à la droite d'équation $= x$
3. Le module d'un nombre complexe $z = x + iy$ est le nombre réel positif noté $|z| = x^2 + y^2$.
4. La fonction exponentielle népérienne est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, Écris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre permettant d'obtenir l'affirmation vraie.

<table>
<tr><td rowspan="4">1</td><td colspan="4">On donne la loi de probabilité suivante :</td><td>A</td><td>29,18</td></tr>
<tr><td>$Y = y_i$</td><td>-2</td><td>4</td><td>7</td><td>B</td><td>36, 66</td></tr>
<tr><td>$P(Y = y_i)$</td><td>0,33</td><td>0,25</td><td>0,42</td><td>C</td><td>15,14</td></tr>
<tr><td colspan="4">L'arrondi d'ordre 2 de la variance (y) est égal</td><td>D</td><td>22,62</td></tr>
</table>

2	Soit Z un nombre complexe tel que : $z = (1+i)^2 - i(1-2i)$. La partie réelle et la partie imaginaire de Z sont :	A	$Re(z) = -2$ et $Im(z) = 1$
		B	$Re(z) = 2$ et $Im(z) = -1$
		C	$Re(z) = 1$ et $Im(z) = -2$
		D	$Re(z) = -1$ et $Im(z) = 2$
3	La courbe représentative (λ) de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1}{3}x^3 + x - 5$ admet un point d'inflexion de couple de coordonnées :	A	$(2; -5)$
		B	$(-1; 5)$
		C	$p(0; 5)$
		D	$(0; -5)$
4	Les solutions de l'équation $(E): \ln(5 - e^x) \times \ln\left(e^x - \frac{1}{2}\right) = 0$ sont :	A	$\ln 4$ et $\ln(3) - \ln(2)$
		B	$-\ln 4$ et $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$
		C	$\frac{1}{2}$ et -5
		D	$-\ln 2$ et $\ln 5$

EXERCICE 3 (3 points)

Dans une classe de terminale d'un établissement, il y a 60% de garçons. À la fin du deuxième trimestre, on constate que 20% des garçons n'ont pas eu la moyenne en Maths, tandis que 10% seulement des filles ont eu la moyenne en Maths.

NB : *On donnera l'arrondi d'ordre 3 de chaque probabilité.*

1. On choisit au hasard un élève de cette classe.
   a) Détermine la probabilité pour qu'il ait eu la moyenne en Maths sachant que c'est un garçon.
   b) Démontre que la probabilité pour que l'élève choisi ait eu la moyenne en Maths est 0,52.
   c) Calcule la probabilité pour que ce soit un garçon, sachant que l'élève choisi a eu la moyenne en Maths.
2. On choisit au hasard six (6) élèves de cette classe. Calcule la probabilité d'avoir parmi ces six,
   a) Exactement deux (2) élèves ayant eu la moyenne en Maths ;
   b) Au moins un élève ayant eu la moyenne en Maths.
3. On choisit au hasard n élèves de cette classe, n étant un entier naturel non nul. Détermine la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité d'avoir au moins un élève parmi les n, qui ait eu la moyenne en Maths, soit supérieure à 0,999.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{(x-2)e^x + 2x + 4}{e^x + 2}$ et on désigne (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 1cm.

1. Démontre que $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.
2. Calcule la limite de g en $+\infty$ et la limite de g en $-\infty$.
3. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2}\right)^2$ et déduis-en le sens de variation de g .
   b) Dresse le tableau de variation de g .
   c) Détermine le nombre des solutions de l'équation de $g(x) = 0$.
4. a) Justifie que les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $y = x - 2$ et $y = x + 2$ sont des asymptotes à la courbe (C) respectivement en $+\infty$ et en $-\infty$.
   b) Précise les positions relatives de (C) par rapport à chacune des droites (D_1) et (D_2).
5. Construis soigneusement (D_1), (D_2) puis (C) dans le repère (O, I, J).

EXERCICE 5 (4 points)

1. Soit f la fonction de C dans C définie par : $f(z) = \frac{z - 2i}{z - 1 - i}$.

   On pose $z = x + iy$ ($x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$), l'affixe du point M de couple de coordonnées $(x; y)$ dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$

   a) Écris $f(-1)$ sous forme algébrique et calcule son module.
   b) Écris $f(0)$ sous forme exponentielle.
   c) Soient les points $A(0;2)$ et $B(1;1)$. Caractérise l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$.
2. On pose $w = (z - 1)(\bar{z} + 2i)$
   a) Démontre que $w = w \Leftrightarrow (z - \bar{z}) + 2i(z + \bar{z}) - 4i = 0$.
   b) Déduis-en l'ensemble (E_1) des points M d'affixe z tels que w soit réel.
   c) Détermine l'ensemble (E_2)des points M d'affixe z tels que w soit imaginaire pur.

EXERCICE 6 (5 points)

Au cours d'une conférence prononcée dans un lycée, le conférencier a donné, entre autres, les informations suivantes :

« Tant qu'un organisme est vivant, la quantité de carbone 14 qu'il contient est constante. Après la mort de l'organisme, cette quantité diminue. La mesure de la quantité de carbone 14 restant permet de dater les organismes qui contiennent du carbone, à condition qu'ils datent de moins de 50 000 ans.

On note X la fraction de carbone 14 dans un organisme fossilisé.

Une modélisation mathématique permet d'établir : $(x) = 1 - 8310 \ln x$ où (x) est l'âge en années d'un fossile.

Des archéologues ont découvert récemment deux types de fragments d'os : un des types contient 35% de leur teneur en carbone et l'autre type est vieux de 15 000 ans. »

De retour en classe, le chef de classe d'une des classes de Terminales D affirme que selon lui, d'une part les os contenant 35% de leur teneur en carbone n'ont pas plus de 100 ans et l'autre part, il est impossible de déterminer la teneur en carbone 14 des os vieux de 15 000 ans. Ses amis cherchent à vérifier ces affirmations. Propose à tes camarades, une solution argumentée basée sur tes connaissances mathématiques.

EXERCICES POUR LA PREPARATION

Exercice 1

Madame Kouame, statisticienne à la retraite, a créé une petite entreprise de fabrication de colliers traditionnels. Dans l'intention de faire des prévisions pour la production de colliers de l'année 2011, elle a lait l'état des ventes des huit types de colliers fabriqués en 2010. Les résultats sont donnes dans le tableau dessous :

Type de collier	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix de vente en centaines de francs CFA du collier	54	60	66	72	84	90	96	102
Nombre de dizaines de colliers vendus au prix X	18	16	15	13	10	9	8	7

On désigne par : X le caractère « prix de vente du collier » ; Y le caractère « nombre de colliers vendus au prix X »

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série statistique double de caractère (X ;Y) dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). On prendra 2 cm pour 10 centaines de francs sur (OI) et 2 cm pour 2 dizaines de colliers sur (OJ).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.3.
   a. Calculer la variance $V(X)$ de X.
   b. Calculer la covariance $COV(X\,;V)$ de la série statistique double de caractère (X ;Y).
   c. On admet que $V(Y) = 14{,}50$. Démontrer que l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire est égal à - 0,99.
3. Soit (D) la droite de régression de V en X par la méthode des moindres carrés.
   a. Justifier que l'arrondi d'ordre 2 dii coefficient directeur de (D) est égal à -0,23.
   b. Démontrer qu'une équation de la droite (D) est : $y = -0{,}23x + 29{,}94$.
4. Pour l'année 2011, Madame Kouamé souhaite fabriquer un nouveau type de collier qu'elle vendrait à 11 500 francs CFA l'unité. Combien de collies de ce type pourrait-elle vendre selon l'ajustement linéaire réalisé ?

Exercice 2

A) Soit la fonction g définie sur [0 ; +∞ [par $g(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1} - \ln(1+x^2)$.

1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation.
2. Démontrer que sur l'intervalle [1 ; +∞ [l'équation admet une solution unique α et que $1{,}9 < \alpha < 2$.
3. Préciser le signe de g sur l'intervalle [0 ; +∞ [.

B) Etude d'une fonction

f est la fonction définie sur I = [0 ; +∞ [par : $f(x) = \begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1. Etudier la dérivabilité de f en 0. En déduire une interprétation graphique.
2. a) Vérifier que pour tout réel x > 0, $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x} + \dfrac{1}{x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$.

   b) En déduire la limite de f en +∞.
3. On admet que f est dérivable sur]0 ; +∞ [.

   a) Démontrer que pour tout réel x > 0, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

   b) En déduire les variations et dresser son tableau de variation.

   c) Tracer la courbe représentative (Cf) de f et sa tangente au point d'abscisse 0 dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur [0 ; +∞ [par : $\begin{cases} f(x) = x^2\left(\ln x - \dfrac{3}{2}\right) & \text{si } x \in]0;+\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$, (Cf) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Etudier la dérivabilité de f en 0.
2. Etudier la limite f en +∞.
3. On admet que f est dérivable sur]0 ; +∞ [.

   a) Démontrer que pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f'(x) = x(\ln x - 1)$.

   b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 1.

5. Soit la fonction h définie sur]0 ; +∞ [par $h(x) = f(x) + x - \frac{1}{4}$.

a) Etudier les variations de la fonction dérivée h' de h sur]0 ; +∞ [et dresser son tableau de variation (on ne demande pas les limites)
b) En déduire le signe de h' sur]0 ; +∞ [, puis le sens de variation de h .
c) Calculer puis déduire de la question précédente le signe de h(x) suivant les valeurs de x.
d) En déduire la position relative de (T) et (Cf).

6. Construire (T) et (Cf) dans un repère orthonormé.

Exercice 4

Partie A

Soit la fonction h dérivable sur ℝ et définie par : $h(x) = 3 + (x - 1)e^{-x}$.
1. Déterminer les limites de h en -∞ et en +∞.
2. a) Démontrer que ∀ x ℝ, $h'(x) = (2 - x)e^{-x}$.
b) En déduire les variations de h et dresser son tableau de variations.
3. Démontrer que sur l'intervalle]-∞ ; 2] l'équation h(x) = 0 admet une solution unique α et que -1 < α < 0.
4. En déduire que pour tout nombre réel x, $\begin{cases} h(x) < 0 \text{ si } x \in]-\infty ; \alpha[\\ h(x) > 0 \text{ si } x \in]\alpha ; +\infty[\end{cases}$

Partie B

Soit la fonction numérique définie sur ℝ par $f(x) = 3x + 1 - xe^{-x}$. (Cf) est la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm.
1. Déterminer les limites de f en -∞ et en +∞.
2. Démontrer que pour tout nombre réel x, on a : $f'(x) = h(x)$.
3. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = 3x + 1$ est asymptote à (Cf) en +∞.
5. Etudier la position relative de (Cf) et (Δ).
6. Démontrer que (Cf) admet en +∞ une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
7. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0.
8. Tracer (Cf), (Δ) et (T). On prendra α = -0,6 et f(α) = 0,3.

Exercice 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2 cm.

Partie A

On considère la fonction g dérivable sur ℝ et définie par $g(x) = x + 1 - e^{-x}$.
1. Calculer les limites de en -∞ et en +∞.
2. Calculer g'(x) pour tout x de ℝ.
3. Etudier suivant les valeurs de x le signe de $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g.
En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

Partie B

On considère la fonction f dérivable sur ℝ et définie par $f(x) = 3(x^2 + x)e^{-x}$. (Cf) est la courbe de f dans le repère (O, I, J).
1. a) Calculer la limite de f en +∞.
b) Calculer les limites de f(x) et $\frac{f(x)}{x}$ en -∞.
c) Interpréter graphiquement les résultats des questions a) et b).
2.a) Démontrer que ∀ x ∈ ℝ, $f'(x) = 3(-x^2 + x + 1)e^{-x}$.
b) Etudier suivant les valeurs de x le signe de f(x) et dresser le tableau de variation de f.

On ne cherchera pas à calculer $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ et $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

3. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0.
b) Démontrer que ∀ x ∈ ℝ, $f(x) - 3x = 3xe - xg(x)$.
c) Déduire de la partie A la position relative de (Cf) par rapport à (T).
4. Tracer avec précision, dans le repère (O, I, J), la tangente (T) et la courbe (Cf).

On prendra $\sqrt{5} = 2,2$; $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = -1,3$ et $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = 2,5$.

Exercice 6

PARTIE A

Soit la fonction g définie et dérivable sur ℝ par : $g(x) = 1 + (x - 2)e^{-x}$.
1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$.
2. a) Démontrer que ∀ x ∈ ℝ, $g'(x) = (3 - x)e^{-x}$.
b) En déduire les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que sur]-∞ ; 3], l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α et que 0 < α < 1.
4. En déduire que $\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, & g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, & g(x) > 0 \end{cases}$

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 2 + (1 - x)e^{-x}$ et (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm.

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
2. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$.
3. En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est asymptote à (Cf) $en + \infty$.
b) Etudier la position relative de (Cf) et (Δ).
5. Déterminer une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0.
6. Dans le repère (O, I, J), tracer $(Cf), (\Delta)$ et (T). On prendra $\alpha = 0{,}45$ et $f(\alpha) = -1{,}2$.

Exercice 7

On considère la fonction f dérivable et définie sur$]0\,;+\infty[$ par: $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = -x + x\ln x, si\ x > 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. a) Calcule $f(1)$ $f(2)$
   b) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)et$ de $\frac{f(x)}{x}$.
   c) Interprète graphiquement les résultats.
2. a) Démontrer que f est continue en 0.
   b) Démontrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ Interprète graphiquement le résultat.
   c) La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.
3. on admet que f est dérivable sur]0 ; +∞[.
   a) Démontre que : ∀∈]0; +∞[, $f'(x) = \ln x$.
   b) Détermine le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
4. Détermine une équation de la tangente au point d'abscisses . .
5. Trace (C) et la tangente (T) dans le repère (O, I, J).
6. Soit λ un nombre réel tel que $0 < \lambda < 1$ et (λ) l'aire en cm² de la partie limitée du plan par la courbe, la droite (OI) et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = e$
   a) Démontre, à l'aide d'une intégration partie que : $(\lambda) = e^2 + (-3 + 2\ln\lambda)^2$,
   b) Détermine la limite de (λ) lorsque λ tend vers 0.

Exercice 8

La tension artérielle est une donnée médicale correspondant à la pression du sang dans les artères. On la mesure chez les patients car une tension anormale peut être le symptôme de pathologies cardiovasculaires comme l'hypertension artérielle.

La tension artérielle d'une personne comporte deux mesures :

- la Tension Artérielle Systolique (notée TAS) ;
- la Tension Artérielle Diastolique (notée TAD).

Le tableau suivant regroupe les mesures de la tension artérielle pour un groupe de personnes saines :

Ages	26	39	40	50	53	56
TAS (en mm Hg)	128	126	118	136	142	145
TAD (en mm Hg)	80	83	92	91	87	93

On s'intéresse à l'évolution de la TAS en fonction de l'âge.

Pour cela, on symbolise les données du tableau à l'aide de points de coordonnées $(x;y)$ où x est l'âge de la personne et y sa TAS.

1) Détermine les coordonnées du point moyen des 3 points dont l'âge est le plus petit.
2) Détermine les coordonnées du point moyen des 3 autres points.

Exercice 9

On considère la série statistique suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	160	110	100	72	36	29	20	10	3

1) Détermine la covariance de la série statistique.
2) Détermine le coefficient de corrélation linéaire de cette série. Interprète ce coefficient de corrélation linéaire.
3) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de Y en X du nuage de points de la série par la méthode des moindres carrés.
4) Détermine une équation de la droite d'ajustement linéaire de X en Y.

Exercice 10

Soit θ la température d'un corps à l'instant t. La température ambiante est 30°C.

A chaque instant$t$, on pose : $x(t) = \theta(t) - 30$. On suppose que la fonction x est dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifie : $x' = -k^2 x$ $(k \in \mathbb{R}^*)$. A l'instant $t = 0$, la température de ce corps est 70°C et au bout de 5 minutes, elle n'est plus que de 60°C.

1) Détermine $\theta(t)$, où t est mesuré en minutes.
2) Détermine la température de ce corps au bout de 20 minutes.

Exercice 11

On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle(E) : $y' + 2y = e^{-2x}$.

1. Vérifie que la fonction g telle que $g(x) = (x + 1)e^{-2x}$ est une solution de(E).
2. Démontre qu'une fonction $h + g$ est solution de (E)si et seulement si la fonction h est solution de l'équation Différentielle (E'): $y' + 2y = 0$.

3. Détermine les solutions sur $\mathbb{R}$de l'équation différentielle(E').
4. a) Déduis des questions précédentes, les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle(E).
b) Détermine la solution f de(E) vérifiant la condition$f(0) = -2$.

Exercice12

On considère l'équation différentielle(E) : $y' + 3y = 2e^{-x}$.

1. Détermine le nombre réel m pour que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = me^{-x}$ soit solution de(E).
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E'): $y' + 3y = 0$.
3. Démontre qu'une fonction $h - g$ est solution de (E') si et seulement si la fonction g est solution de (E).
4. Déduis des questions précédentes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle(E).

Exercice 13

On pose : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 - e^x$ et on admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique$2cm$.

1) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.
2) a) Calculer la limite en $-\infty$ de$f(x)$.
b) Montrer que la droite (D) d'équation y=x+1 est asymptote à (C) en $-\infty$.
c) Etudier les positions relatives de (C) et (D).
3) Dresse le tableau de variation de f.
4) Trace (D) et(C).
5) Calcule en cm^2, l'aire $\mathcal{A}(\Delta)$de la partie Δ du plan limitée par (C), la droite (D),les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$

Exercice 14

1- On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $(E) : z^3 + 8i = 0$ où z désigne l'inconnue.
a. Vérifier que le nombre $a = 2i$ est une solution de (E).
b. Prouver que l'équation (E) peut s'écrire : $(z - 2i)(z^2 + 2iz - 4) = 0$.
c. Achever la résolution de l'équation.

2- Dans un plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O ;I;J)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $2i, -\sqrt{3} - i$ et $\sqrt{3} - i$.
a. Calculer le module et un argument du complexe : $U = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$
b. En déduire la nature du triangle ABC.

-3- On note I le point d'affixe $-i$ et S la similitude plane directe de centre A qui transforme C en I.
a. Donner l'écriture complexe de S.
b. Déterminer l'angle et le rapport de S.

Exercice15

PARTIE A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 + x - 3x \ln x$.

1) Calculer la limite de g en 0 et en $+\infty$
2) Etudier les variations de g puis dresse son tableau de variation.
3) Démontrer que, dans l'intervalle$[1; 2]$, l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique, que l'on notera α puis justifie que $\alpha \in]1{,}69;\ 1{,}7[$
4) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

PARTIE B : Etude d'une fonction f

Soit f la fonction définie sur$]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{(1+x)^2}$

1) Calculer les limites de f lorsque x tend vers 0 et vers $+\infty$, puis interpréter graphiquement les résultats.
2) Déterminer la fonction dérivée de f, puis montrer pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x)$ a le signe de $g(x)$.
3) Dresser le tableau de variation de f.
4) Monter que $f(\alpha) = \frac{1}{3\alpha(1+\alpha)^2}$
5) Justifier que $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[& f(x) < 0 \\ \forall x]1; +\infty[& f(x) > 0 \end{cases}$

PARTIE C : Tracé de courbe

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans le repère $(O; I; J)$ (unités graphique : 2 cm en abscisse, 20 cm en ordonnée).

1) Déterminer une équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse 1
2) Soit h la restriction de f sur $]0, \alpha]$
a) Démontrer que h réalise une bijection de $]0, \alpha]$ vers un intervalle que l'on déterminera.
b) Démontrer que l'équation $h(x) = -2$ admet une solution unique β
c) Etablir le tableau de variation de h^{-1}.
3) Trace la courbe(C_f), T et $(C_{h^{-1}})$ de h^{-1} dans le même repère $(O; I; J)$.

Exercice16

1. On considère le polynôme P de la variable complexe z, défini par : $P(z) = z^3 + (14 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - 14\sqrt{2})z - 74\sqrt{2}$
a. Déterminer le nombre réel y tel que iy soit solution de l'équation $P(z) = 0$
b. Trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z,:$P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$

c. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$. On prendra 1 cm pour unité graphique.

a. Placer les points A, B et E d'affixes respectives $z_A = -7 + 5i$, $z_B = -7 - 5i$, $z_E = i\sqrt{2}$

b. Déterminer l'affixe du point F tel que $z_F = e^{-i\frac{\pi}{4}} z_E$

c. Placer le point C d'affixe $z_C = 1 + i$. Déterminer l'affixe du point N tel que $ABCN$ soit un parallélogramme.

d. Placer le point D d'affixe $z_D = 1 + 11i$. Calculer $Z = \frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ sous fourme algébrique puis sous forme trigonométrique.

3- Justifier que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires et en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice17

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, I; J)$. S est la similitude directe de centre O, de rapport $\frac{\sqrt{3}}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{6}$. f est l'appl'cation complexe associée à S.

1- Déterminer l'expression de $f(z)$ en fonction du nombre complexe z.

2- On pose $z_0 = 1 - i$ et $z_1 = f(z_0)$

a) Ecrire z_0 sous la forme trigonométrique.

b) Calculer le module r_1 de z_1 et un argument de θ_1 et z_1.

3- On pose : $\forall n \in IN, z_n = r_n(\cos\theta_n + i\sin\theta_n)$ θ_n désigne un argument de z_n et r_n son module.

On considère la suite (z_n) définie par : $z_0 = 1 - i$ et $\forall n \in IN, z_{n+1} = \frac{1}{4}(3 + i\sqrt{3})z_n$.

a) Préciser la nature de cette suite et donner les caractéristiques.

b) Exprimer z_n en fonction de n.

c) Calculer r_n et θ_n en fonction de n.

d) Préciser la nature de chacune des suites (r_n) et (θ_n) et les caractériser.

Exercice18

Soit (u_n) et (v_n) deux suites numeriques definies par : $\begin{cases} u_1 = 12 \\ \forall n \geq 1;\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases}$ et $\begin{cases} v_1 = 1 \\ \forall n \geq 1;\ v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$

1- $\forall n \in IN^*$, on pose $w_n = v_n - u_n$.

a) Démontrer que (w_n) est une suite geometrique dont on precisera la raison et le premier terme w_1

b) Exprimer w_n en fonction de n

c) Démontrer que la suite (w_n) est convergente et déterminer sa limite.

2- Démontrer que $\forall n \in IN^*$, on a $u_n \geq v_n$; en déduire que $u_1 \geq u_n \geq v_n \geq v_1$.

3- Démontrer que la suite (u_n) est décroissante et que la suite (v_n) est croissante.

4- Déduire que les suites (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite.

5- $\forall n \in IN^*$; on pose $t_n = 3u_n + 8v_n$.

a) Démontrer que (t_n) est une suite constante.

b) En déduire la valeur de la limite commune des suites (u_n) et (v_n).

Exercice19

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique le centimètre. On réalisera une figure que l'on complètera tout au long de l'exercice. On note A et B les points d'affixes respectives 8 et $4 + 4i$.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que : S(A) = B.

a) Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) z$.

b) Détermine le rapport et l'angle de S.

2. On considère les points A_n tels que : $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$ On désigne par z_n l'affixe du point A_n.

a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$.

b) Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1}.

3. a) Place successivement les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4.

b) Justifie que l'aire a_1 en cm^2 du triangle OA_0A_1 est 16.

c) Déduis du résultat précédent l'aire a, en cm^2, du polygone $A_0A_1A_2A_3A_4$.

Exercice20

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).

1. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2; b = 3 + i\sqrt{3}, c = 2i\sqrt{3}$.

a) Déterminer une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}})$.

b) En déduire que l'affixe ω du centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1 + i\sqrt{3}$.

2. On note (z_n) la suite de nombre complexes définie par : $z_0 = 0$ et $z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z_n + 2$ pour tout entier naturel n. Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n.

a) Démontrer que les points A_2, A_3, et A_4 ont pour affixes respectives : $3 + i\sqrt{3}$, $2 + 2i\sqrt{3}$; $2i\sqrt{3}$

On remarque que : $A_1 = A$, $A_2 = B$ et $A_3 = C$

Comparer les longueurs des segments $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$ et $[A_3A_4]$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}z + 2$

d) Établir que pout tout entier naturel n, on a : $z_{n+1} - \omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}(z_n - \omega)$ où ω désigne le nombre complexe définit à la question 1.

b). (On utilisera le fait que : $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\omega + 2$

e) Déterminer la forme exponentielle de $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

f) Justifier par récurrence que, que pour tout entier naturel n, on a : $A_{n+6} = A_n$.

g) Déterminer l'affixe du point A_{2020}. .

ercice21

it l'équation différentielle (E): $y' + 3y = 2e^{-x}$.

1. Détermine le nombre réel a pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $(x) = ae^{-x}$ soit solution de (E).
2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E') : y' + 3y = 0$
3. Montrer qu'une fonction f est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E').
4. En déduire les solutions de (E).

xercice22

a fonction f définie sur [0 ; 3] par : $f(x) = \frac{2}{1+x}$

1. Montrer que f réalise une bijection strictement décroissante de [0 ; 3] sur [0,5 ; 2].
2. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = (u_n)$. Démontrer par récurrence que pour $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 3$.
3. La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}, par\ v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   b) Exprimer v_n en fonction de n.
   c) Exprimer u_n en fonction de n.
   d) En déduire les limites des suites (u_n) (v_n).

Exercice23

Soit P le polynôme défini sur C par : $P(z) = z^3 + 2(\sqrt{3} - i)z^2 + 4(1 - i\sqrt{3})z - 8i$

1)Démontre qu'il existe un nombre un imaginaire pur ib, solution de l'équation $P(z) = 0$.

2)Soit le polynôme $Q(z) = z^2 + 2\sqrt{3}z + 4$.

a. Justifie que $P(z) = (z - ib)Q(z)$

b. Résous dans C l'équation $Q(z) = 0$.

3)En déduis les solutions de l'équation $P(z) = 0$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O;I ;J) (unité 4cm).

Soient A, B, C et D les points d'affixes respectives $a = 2i$, $b = -\sqrt{3} + i$, $c = -\sqrt{3} - i$ et $d = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$

1)Écris a, b, c et d sous forme exponentielle

2)Place les points A, B, C et D sur une figure.

3)Démontre que les points A, B, C et D sont cocycliques.

4)Quelle est la nature du quadrilatère OABC ?

EXERCICE 24

A tout nombre réel a on associe la suite définie par : $U_0 = a$ et $\forall\ n \in IN\ U_{n+1} = \frac{660}{661}U_n + 3$

1) Pour quelle valeur de a la suite U est- elle constante (stationnaire) ?
2) Lorsque U n'est pas constante , on considère la suite V définie par $\forall\ n \in IN\ V_n = U_n - 1983$
   a) Montrer que la suite V est géométrique dont on précisera le premier terme et la raison q .

b) En déduire une expression du terme général U_n de la suite U en fonction de n et de a. Etudier alors la convergence de la suite U.

c) Exprimer en fonction de n et a, la somme $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$

En déduire la limite de ($\frac{S_n}{n}$) en $+\infty$.

EXERCICE 25

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 5 - \frac{4}{U_n} \end{cases} \text{ pour tout } n \in IN$$

1) Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O , I , J) ,unité graphique 2cm . Construis (C) la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = 5 - \frac{4}{x}$ sur $]0;+\infty[$ et la droite (Δ) d'équation y = x, puis représente sur (OI) les termes U_0, U_1, U_2 . On précisera les points communs à ces deux courbes.

2) Montrer par récurrence que $1 < U_n < 4$ pour tout $n \in IN$.

Prof : M. SOKOBA 19/20

3) Justifie que la suite (U_n) est croissante.

4) En déduire que la suite est convergente puis calcule sa limite.

EXERCICE 26

Depuis qu'il est à la retraite, un homme tond sa pelouse tous les samedis, Il recueille chaque fois 120 litres de gazon qu'il stocke dans un bac à compost de 300litres . Chaque semaine les matières stockées perdent, par décomposition ou prélèvement, les trois quarts de leur volume .

Soit V_1, V_2 ,V_3 les volumes en litres stockés respectivement les premier , deuxième et troisième samedis après la tonte.

De manière générale soit V_n le volume stocké le n-ieme samedi après la tonte.

1)a)Montrer que $V_1 = 120$ litres , $V_2 = 150$ litres , $V_3 = 157.5$ litres.

b) Calculer les volumes V_4 , V_5 , V_6 exprimés en litres , stockés respectivement les 4ᵉ , 5ᵉ , 6ᵉ samedis après la tonte .

2) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .

3) On définit pour tout $n \geq 1$, $T_n = 160 - V_n$.

a)Montrer que (T_n) est la suite géométrique de premier $T_1 = 40$ et de raison $\frac{1}{4}$

b)En déduire les expressions de T_n puis de V_n en fonction de n

c)Déterminer la limite de (T_n) puis celle de (V_n) .

EXERCICE 27

On considère la fonction numérique f définie sur IR par :. $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$

Soit U la suite définie par : $U_0 = -3$ et pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = f(U_n)$.

1. Calcule U_1.
2. Le plan est rapporté au repère orthonormé (O,I,J) (*Unité : 2 cm*)
   a. Trace les droites (D) et (Δ) d'équations respectives $y = x$ et $y = \frac{1}{3}x + 2$.
   b. Place U_0, U_1, U_2, U_3, U_4 sur l'axe des abscisses.
   c. Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite U ?
3. a- Démontre par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n < 3$.
   b- Démontre que la suite U est strictement croissante.
   c- La suite est-elle convergente ? Justifie ta réponse.

4. On pose : pour tout entier naturel n, $V_n = U_n - 3$.

a- Démontre que V est une suite géométrique. Donne son premier terme et sa raison.

b- Démontre que pour tout entier naturel non nul n, $V_n = \frac{-2}{3^{n-1}}$

c- Détermine la limite de la suite V puis en déduis la limite de la suite U.

5. Exprime U_n en fonction de n.

6. Trouve une valeur de l'entier naturel k *telle que* : $|U_k - 3| < 10^{-10}$.

EXERCICE 28

Chaque année, depuis 2010 la production d'un article de l'usine citoyenne O.B.V en Côte d'Ivoire subit une baisse par rapport à la production de l'année précédente d'environ 3%. Au cours de l'année 2010, la production a été de 65 000 articles.

Une étude de marché a montré que la production de cet article n'est plus rentable dès que la production annuelle devient inférieure à 56 000 articles

Les premiers responsables de cette usine désirent savoir à partir de quelle année la production de cet article ne sera plus rentable.

Elève en classe de TA, Ton professeur de mathématiques a son épouse qui travaille dans cette usine. Il présente la situation à la classe puis accorde un bonus de deux à chacun des trois premiers élèves qui trouveront la solution. Tu désires obtenir ce bonus.

Propose une solution argumentée à ce problème.

EXERCICE 29

Madame Koffi travaille dans une entreprise. Au début de sa carrière professionnelle, elle place un capital initial de 2 millions de francs CFA dans une banque, au taux de 10% d'intérêt composé annuel. Avec l'argent qu'elle aura capitalisé au bout de 25 ans, elle envisage construire plus tard une maison dont le coût s'élèvera à 20 millions francs CFA du fait de l'inflation du coût des matériaux de construction au fil des temps. Dame Koffi voudrait savoir si au bout de 25 ans, elle pourra construire cette maison avec son épargne.

Elle informe sa nièce. Celle-ci te pose le problème.

À L'aide d'une production argumentée, dis si le souhait de Madame Koffi sera réalisé.

EXERCICE 30

Une entreprise achète un véhicule à un coût de 30 000 000 F CFA. Ce véhicule se déprécie de 20% par an ; c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an, pendant la même période, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 3% par an. L'entreprise prévoit remplacer ce véhicule dans cinq ans en le revendant à un employé si la différence du prix d'achat du nouveau véhicule et le prix de revente de l'ancien véhicule n'excède pas 25 000 000 F CFA. Ton père est employé dans cette société et désir acquérir le véhicule au bout de cinq ans si son prix n'excède pas les 10.000 000 F CFA. Il se demande si la société acceptera de lui céder ce véhicule. Il te sollicite pour savoir s'il peut l'acheter.

En utilisant tes connaissances mathématiques donne-lui une réponse argumentée.