Etude de fonctions

Exercice1 : Etude de fonctions polynômes

On considère la fonction h de IR vers IR, définie par $h(x) = x^3 + 5x^2 + 3x$, (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J).(en abscisse 1cm pour 1 et en ordonnée 1cm pour 2)

1. Justifie que la dérivée de la fonction h est $h'(x) = 3x^2 + 10x + 3$.
2. Etudie le signe de $h'(x)$
3. Etudie le sens de variation de h suivant les valeurs de x
4. Calcule les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
5. Dresse le tableau de variation de h sur son ensemble de définition.
6. Construis la courbe (C_f)

Exercice2 : Etude fonction homographique

f est définie sur IR\{-1} par : $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

1-Calcule les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

2-Calcule : $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.

3-a) Calcule la dérivée de f.

b) Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.

4-Justifie que le point A(-1 ; 2) est un centre de symétrie de (C).

5-Construis la courbe (C) et ses asymptotes. Unité graphique : OI = OJ = 1cm.

Exercice3 : Etude de fonction rationnelle

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+1}$

1. Justifie que l'ensemble de définition de D_f de f est $D_f =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; +\infty[$

2.a) Calcule les limites de f à gauche et à droite en -1.

b) Donne l'interprétation graphique de ces résultats.

3. Détermine les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

4. Démontre que pour tout $x \in D_f, f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+1}$.

5.a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Etudie la position relative de (C_f) et (D).

6-a) Démontre que pour tout $x \in D_f, f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

b) Etudie le signe de $f'(x)$ puis déduis-en les variations de f.

c) Dresse le tableau de variation de f.

7. Démontre que le point A (-1 ; 1) est centre de symétrie de (C_f).

8. a) Reproduis et complète le tableau suivant :

x	-3	-2	$-1,5$	$-1,8$	-1	$-0,8$	$-0,5$	0	1	2
$f(x)$										

b) Trace(C_f) sur $[-3 ; 2]$.

Exercice4 : Etude de fonction circulaire

Soit $f(x) = 2sinx + sin2x$.

1-a) Démontre que f est impaire et périodique de période 2π.

b) Justifie que l'on peut limiter l'ensemble d'étude à l'intervalle : $I=[0 ; \pi]$.

2-Démontre que : $\forall x \in IR, f'(x) = 2(2cosx - 1)(cosx + 1)$.

3-Etudie les variations de f sur l'intervalle I puis dresse son tableau de variation sur I.

4- Trace (C) sur I puis sur $\left[-\frac{7\pi}{3} ; \frac{7\pi}{3}\right]$. Unité graphique : OI = OJ = 1cm.

Situation complexe :

Des élèves de $1^{ère}C$ ont découvert le texte suivant dans une revue :

« Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'ampoules dite `` économique de 20 watts''. Chaque ampoule est vendue à 100 francs CFA. Il a été établi que le coût de production de x ampoule(s) est donné par la fonction suivante : $U(x) = x - 10 + \frac{900}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[10 ; 100]$. Le Directeur de l'entreprise cherche à déterminer le nombre d'ampoules à fabriquer pour minimiser le coût de production et avoir un bénéfice maximal ».

Impressionnés par cette formule donnant le coût de production, tu cherches à répondre aux préoccupations du Directeur.

Réponds, à l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques aux préoccupations du Directeur