

**Situation complexe 1 : Limites et continuité d'une fonction**

**Situation 1**

Des élèves de terminale étudient le refroidissement d'un objet porté à 210°C. L'étude du phénomène thermique conduit à  $f(t) = \frac{200}{t} + 10$  où  $f(t)$  désigne la température de l'objet en degrés Celsius (°C) à l'instant  $t$  ( $t$  est exprimé en minutes).

Les élèves effectuent un contrôle de la température de l'objet après chaque minute ( le premier contrôle ayant lieu à l'instant  $t = 1$ ). Ils n'arrivent pas à déterminer la température de l'objet après une très longue période de refroidissement.

En utilisant tes connaissances, détermine cette température.

**Situation 2**

Les élèves du club photo de ton établissement s'exercent à la photographie. Ils savent qu'en photographie, la profondeur de champ correspond à la zone de l'espace dans laquelle doit se trouver le sujet à photographier pour en obtenir une image que l'œil considérera nette.

Ils savent également qu'en optique, pour que la netteté s'étende d'une distance  $a$  à une distance  $r$ , la mise au point doit être faite à la distance  $P$  moyenne harmonique des distances  $a$  et  $r$  (les distances sont exprimées en mètres)

Les élèves souhaitent que la netteté s'étende de «5m à l'infini ». Ils te sollicitent à cet effet.

En t'appuyant sur tes connaissances, détermine la distance de mise au point à choisir.

**Situation complexe 2 : PROBABILITÉ CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALÉATOIRE**

Lors de la fête de fin d'année, une enquête faite par le conseil scolaire d'un lycée, auprès d'un échantillon d'élèves de terminales C et D révèle que :

- 25% des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale C.
- Un tiers des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale D.
- 3 élèves sur 10 aiment jouer au damier.

Dago, le responsable des jeux et loisirs du conseil scolaire, choisit au hasard un élève de cet échantillon et note :

Cependant, Dago ne se souvient plus de la proportion des élèves de la de terminale D qui doit figurer dans son rapport.

Pour cela, étant élève de la terminale C, il sollicite ton aide.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide Dago à retrouver la valeur de  $p(E)$ .

### Situation complexe 3 : DÉRIVABILITÉ ET ÉTUDE DE FONCTIONS

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de  $x$  milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle  $[1 ; 5]$  par la fonction  $B$  définie par :  $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$  ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En argumentant, détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

### Situation complexe 4 : PRIMITIVES

Le car loué par le lycée pour sa colonie de vacances doit effectuer un trajet de 1500 km. Lorsque ce car roule à la vitesse moyenne  $v$ , exprimée en km/h, la dérivée de sa consommation  $C(v)$ , exprimée en litres pour 100 km, selon les études d'un expert sur ce type de véhicule, est donnée par la relation :  $C'(v) = \frac{-300}{v^2} + \frac{1}{3}$ . Une information complémentaire fournie par le chauffeur au moment de la location du car est qu'il consomme 25 litres au 100 pour une vitesse moyenne de 60 km/h. Le salaire horaire du chauffeur est de 900 F CFA et le litre de gasoil coûte 600 F CFA. Les organisateurs de la colonie veulent déterminer la vitesse moyenne à laquelle le chauffeur doit rouler pour minimiser le coût total du voyage. Ils te sollicitent pour leur venir en aide. Propose - leur une solution argumentée basée sur tes connaissances mathématiques.

### Situation complexe 5 : FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

A la fin de chaque mois, une nouvelle entreprise de fabrication de boissons gazeuses fait le bilan de ses recettes du mois écoulé.

Un expert en finances et ami du chef de l'entreprise, ayant obtenu des chiffres sur l'évolution financière de cette entreprise, fait une modélisation des recettes par la fonction  $r$  telle que :

$$\text{pour tout } x \geq 1, r(x) = 3x - x \ln \frac{1}{2}x,$$

où  $x$  désigne le nombre de mois d'existence de l'entreprise et  $r(x)$  est exprimée en millions de francs CFA.

Le chef, pour surmonter d'éventuelles difficultés que pourrait connaître son entreprise, voudrait savoir le mois à partir duquel une baisse des recettes sera enregistrée, en vue d'accroître le capital d'investissement.

Il te sollicite.

Réponds à la préoccupation du chef de l'entreprise.

### Situation complexe 6 : NOMBRES COMPLEXES

Des élèves d'une classe de terminale scientifique découvrent en préparant un exposé sur les ensembles de nombres dans la bibliothèque de leur Lycée, la propriété suivante :

**« On dit qu'un entier naturel  $A$  est la somme de deux carrés, s'il existe deux entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que  $A = x^2 + y^2$ . Si  $A$  est la somme de deux carrés, alors  $A^n$  est aussi la somme de deux carrés pour tout entier  $n \geq 1$  ».**

Un élève ne faisant pas partie du groupe chargé de l'exposé ne comprend pas cette information. Il sollicite ses camarades pour l'aider.

Ils informent leur professeur de mathématique, qui leur dit d'utiliser leur connaissance sur les nombres pour vérifier cette information.

Démontre cette propriété pour ton ami.

### Situation complexe 7 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

Des élèves de terminale travaillent les samedis dans le service marketing d'un grand magasin. Ce magasin veut informer la population des nouvelles offres promotionnelles. Le service marketing a observé que la proportion  $P$  de la population qui est au courant de ces nouvelles offres après  $t$  jours d'annonces publicitaires est donnée par la fonction :  $P(t) = 1 - e^{-0,21t}$ .

Le magasin veut arrêter cette publicité lorsque au moins 90 % de la population sera au courant des nouvelles offres. Un de tes camarades de classe affirme que cela n'excédera pas une semaine.

Donne ton avis argumenté sur l'affirmation de cet élève.

### Situation complexe 8 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

Lors de la préparation d'un exposé en géométrie, un groupe d'élèves d'une classe de terminale découvre l'équation (E) :  $z \in \mathbb{C}, 2z^2 + 2z + 1 = 0$ .

Ils veulent avoir des informations sur cette équation.

Après réflexion, un élève de ce groupe affirme que si l'on note  $a$  une solution de (E) dont la partie imaginaire est positive, les nombres  $a, a^2$  et  $a^3$  seront les affixes des sommets d'un triangle équilatéral. Sa voisine de classe ne partage pas cet avis.

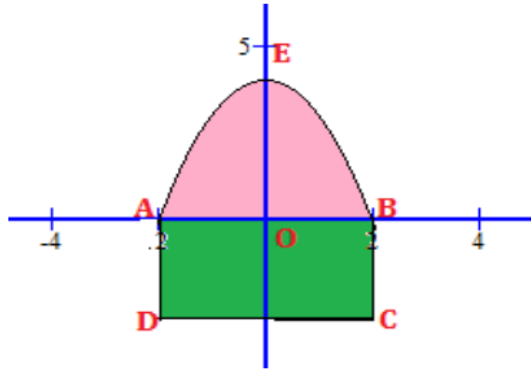
Ayant suivi la discussion, tu décides de les départager.

Dis, en argumentant, lequel des deux élèves a raison.

### Situation complexe 9 : SUITES NUMERIQUES

Une entreprise achète un véhicule à un coût de 30 000 000 F CFA. Ce véhicule se déprécie de 20% par an ; c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 20% par an, pendant la même période, les prix des véhicules neufs de ce type augmentent de 3% par an. L'entreprise prévoit remplacer ce véhicule dans cinq ans en le revendant à un employé si la différence du prix d'achat du nouveau véhicule et le prix de revente de l'ancien véhicule n'excède pas 25 000 000 F CFA. Ton père est employé dans cette société et envisage acquérir ce véhicule au bout de cinq ans si son prix n'excède pas les 10.000 000 F CFA. Il se demande si la société acceptera de lui céder ce véhicule. Il te sollicite pour savoir s'il peut l'acheter. En utilisant tes connaissances mathématiques donne-lui une réponse argumentée.

### Situation complexe 10 : CALCUL INTEGRAL



Un de vos camarades de classe rend visite à l'ancien professeur de mathématiques de son père à la retraite. Il remarque les formes géométriques particulières de la terrasse de celui-ci (voir figure) : la partie en vert est délimitée par un rectangle de largeur 2 m et de longueur 4 m et la partie en rose est délimitée par une portion de parabole et par un segment [AB]. Amusé par le regard de votre camarade, l'ancien professeur de mathématiques le met au défi de lui calculer l'aire totale de la terrasse en vue de lui donner une idée du coût des travaux de revêtement de cette terrasse. Il lui présente le plan de la terrasse en précisant que pendant la construction, il a veillé à ce que la parabole qui apparaît dans le plan ait pour équation  $y = -x^2 + 4$  dans le repère orthonormé d'origine O et d'unité 1 m, avec A (-2,0) et B(2,0). Aide ce camarade à relever ce défi.

### Situation complexe 11 : STATISTIQUE À DEUX VARIABLES

Le tableau ci-dessous donne le nombre total d'adhérents au club littéraire d'un lycée au cours de l'année civile 2020.

Mois	Janv	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Rang $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre d'adhérents $y_i$	1100	1160	1220	1370	1620	1550	1600	1500	1790	1940	2060	1980

Une Organisation Non Gouvernementale promet d'octroyer une aide financière considérable au club si le nombre d'adhérents dépasse les 3000 élèves. L'élève de la Terminale A qui dirige le club désire connaître la date à laquelle ce don pourra se faire. Il te sollicite pour l'aider.

Détermine la date (mois et année) probable de la réception de ce don.

## Situation complexe 11 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Lors d'une campagne innovante du Fonds des Nations Unies pour la population intitulée « 7 Milliards d'Actions », qui mettait l'accent sur les défis, les possibilités et les actions nécessaires à notre avenir commun sur la Terre, les élèves de la promotion terminale d'un lycée ont appris que :

- plus de la moitié de la croissance démographique dans le monde d'ici à 2050 aura lieu en Afrique ;
- la population d'Afrique subsaharienne, par exemple, devrait doubler d'ici à 2050 ;
- selon les projections, la population mondiale devrait augmenter de 2 milliards de personnes au cours des trente prochaines années, passant de 7,7 milliards actuellement à 9,7 milliards en 2050 ;
- la population d'un pays était de 4,75 millions d'habitants en 1990 et de 5,5 millions d'habitants en 1995.

Etonnés du boum démographique de ce pays, ces élèves veulent déterminer l'année où la population de ce pays atteindra 20 millions d'habitants, si on suppose que la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre d'habitants. Ils désignent par  $f(t)$  le nombre de millions d'habitants à l'instant  $t$ .

Ayant entendu ces informations, tu veux tester tes connaissances et aussi les aider.

Réponds, dans ces conditions, à la préoccupation de ces élèves.