

Exercice 1

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$

1. Démontre par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$
2. En utilisant la question 1, étudier le sens de variation de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$
3. La suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle convergente ? Pourquoi ?
4. Soit la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$
 - a) Démontre que la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
 - c) Détermine la limite de $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$
5. On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$
 - a) Exprimer S_n en fonction de n
 - b) En déduire que $T_n = 2(n+1) - 4 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right]$

Exercice 2

Dans une école d'ingénieurs, **20%** des candidats sont admis directement sur présentation de dossiers. Tous les autres candidats passent une épreuve écrite. Ceux qui l'ont ratée, sont éliminés. Ceux qui l'ont réussi passent un test d'oral.

75% des candidats qui passent l'épreuve écrite la réussissent et sont admis. Deux tiers des candidats qui passent l'épreuve orale la réussissent et sont admis.

On considère les évènements suivants :

D : « Le candidat est admis sur dossier »

E : « Le candidat passe et réussit l'épreuve écrite »

F : « Le candidat passe et réussit l'épreuve orale »

1. Traduis cette situation à l'aide d'un arbre de choix.
2. On choisit un candidat au hasard.
 - a) Détermine la probabilité qu'il est passé et raté l'épreuve orale.
 - b) Détermine la probabilité qu'il soit admis en ayant passé l'épreuve écrite.
3. Calcule la probabilité d'être admis à ce concours.

Exercice 3

Les autorités d'Abidjan s'intéressent aux enfants et aux jeunes adultes atteints d'asthme.

En 2015, on a recensé environ 850 nouveaux cas. Une étude a montré que, à partir de l'année 2016, le nombre de nouveaux cas d'asthme parmi les enfants et les jeunes adultes ont augmenté de **2,5%** par an. Sachant que tu as des compétences solides en la matière, les autorités te sollicitent pour connaître le nombre de nouveaux cas en fin d'année 2024 et surtout l'année à partir de laquelle le seuil d'alerte sanitaire qui est de **6000** nouveaux cas déclarés depuis 2015 sera atteint.

Détermine le nombre de nouveaux cas déclarés en 2024 et l'année à partir de laquelle le seuil d'alerte sanitaire sera atteint depuis 2015.