

Année Scolaire :  
2023-2024

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Chaque exercice est indépendant.

**EXERCICE 1**Écris le numéro de chaque énoncé suivi de **Vrai** si l'énoncé est vrai ou de **Faux** si l'énoncé est faux.

N°	Énoncés
1.	Si $f$ est une fonction continue sur un intervalle $[-4 ; 3]$ et que $f([-4 ; 3]) = [-1 ; 0]$ , alors l'équation $f(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ admet une unique solution dans $[-4 ; 3]$ .
2.	A et B sont deux évènements indépendants d'un univers $\Omega$ . Si $P(A) = 0,2$ et $P(B) = 0,6$ alors $P(A \cup B) = 0,8$ .
3.	Toute suite croissante est convergente.
4.	Dans le plan complexe $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , On considère les points A et B d'affixes respectives 2 et $3 - i$ . Si (E) est l'ensemble des points $M(z)$ tels que $ z - 2  =  z - 3 + i $ alors (E) est la médiatrice du segment $[AB]$ .

**EXERCICE 2**

Pour chacune des énoncés ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont données dont une seule est juste.

Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses	
1.	Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $9y'' + 49y = 0$ sont les fonctions :	A	$x \mapsto a \cos(3x) + b \sin(3x)$
		B	$x \mapsto a \cos(7x) + b \sin(7x)$
		C	$x \mapsto a \cos\left(\frac{3}{7}x\right) + b \sin\left(\frac{3}{7}x\right)$
		D	$x \mapsto a \cos\left(\frac{7}{3}x\right) + b \sin\left(\frac{7}{3}x\right)$
2.	Si X est la variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n$ et $p$ telles que $n = 500$ et, $p \in [0,5 ; 1]$ et $V(X) = 80$ alors $p$ est égale à ...	A	0,2
		B	0,8
		C	0,9
		D	0,6
3.	Soit le nombre complexe $a$ tel que : $a = (-1 + i)\left(\cos\frac{5\pi}{8} + i \sin\frac{5\pi}{8}\right)$ . Un argument de $a$ est ...	A	$\frac{\pi}{8}$
		B	$\frac{11\pi}{8}$
		C	$\frac{5\pi}{4}$
		D	$-\frac{\pi}{8}$
4.	Si $(u_n)$ est une suite géométrique de raison $-2$ et de premier terme $u_0 = -5$ , alors sa limite est égale à ...	A	$+\infty$
		B	0
		C	-5
		D	n'existe pas

### EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 2 cm.

On considère les points A, B, C et F d'affixes respectives :

$$z_A = -2, z_B = 1 - i, z_C = 2 + 2i \text{ et } z_F = -1 + 3i.$$

1. Fais une figure.
2. a. Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.  
b. Démontre que les points A, B, C et F sont cocycliques.
3. On considère la similitude directe S de centre B qui transforme C en F. Soit (C) le cercle de diamètre  $[BC]$ .
  - a. Détermine puis construis  $(C')$  image de (C) par S.
  - b. Justifie que l'écriture complexe de S est :  $z' = (1 + i)z - 1 - i$ .
  - c. Détermine le rapport  $k$  et l'angle  $\theta$  de S.
4. Soit M un point, M' son image par la similitude S.
  - a. Démontre que le triangle BMM' est rectangle et isocèle en M et de sens direct.
  - b. En-déduire la construction de F' image de F par S. (On donnera le programme de construction)
  - c. Calcule l'affixe  $z_{F'}$  de F'.
  - d. Démontre que les points B, A et F' sont alignés.

### EXERCICE 4

Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$$

1. Démontre par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$ .
2. En utilisant la question 1, Etudie le sens de variation de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
3. La suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle convergente ou divergente ? Justifie.
4. Soit la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$ .
  - a. Démontre que la suite  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme.
  - b. Exprime  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Détermine la limite de  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
5. On pose :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ .
  - a. Exprime  $S_n$  en fonction de  $n$ .
  - b. Détermine la limite de  $S_n$ .
6. Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ . (C) désigne la courbe représentative de  $f$  dans le plan rapporté au repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Unité graphique : 2 cm.
  - a. Trace la courbe (C) et la droite (D) d'équation  $y = x$ .
  - b. Utilise (C) et (D) pour représenter les termes  $U_0, U_1, U_2$  et  $U_3$  de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
  - c. Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ?

### **EXERCICE 5**

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

On considère la fonction  $f$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = (x - 1)e^{x^2 - 2x + 1}$ .

La fonction  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ . On note (C) la courbe représentative de  $f$  dans le repère (O, I, J).

1. a. Calcule la limite de  $f$  en  $-\infty$  puis vérifie que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ .  
b. Interprète graphiquement l'ensemble des résultats précédents.
2. a. Justifie que pour tout nombre réel  $x$ ,  $f'(x) = (2x^2 - 4x + 3)e^{x^2 - 2x + 1}$ .  
b. Étudie le sens de variation de  $f$ .
3. On admet que pour tout nombre réel  $x$ ,  $f''(x) = 2(x - 1)(2x^2 - 4x + 5)e^{x^2 - 2x + 1}$ .  
Justifie que le point I est un point d'inflexion de (C).
4. On admet que le point I est un centre de symétrie de (C) et que la droite (T) d'équation  $y = x - 1$  est tangente à (C) au point I. Trace (C) et (T).

### **EXERCICE 6**

Monsieur Koudou, fondateur d'un établissement secondaire a recruté des enseignants. Il propose un salaire annuel de 750 000 F CFA. Après quelques mois de travail, une grève des enseignants pour la revalorisation de leur salaire, amène le fondateur à faire deux propositions de contrat, au choix, afin de relever les salaires.

Le premier contrat stipule que les enseignants auront chaque année une augmentation de 4% du salaire de l'année précédente.

Le deuxième contrat consiste à faire chaque année une augmentation forfaitaire de 30 000 F CFA.

Monsieur Yao, professeur d'anglais, veut s'engager pour 9 ans mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite.

Détermine, en utilisant tes connaissances mathématiques, le contrat le plus avantageux pour monsieur Yao.

**« Avec CEVENOL, apprendre aujourd'hui pour mieux vivre demain. »**