FICHE N°2 DE PREPA BAC 2024 MATHS SERIE D

Année Scolaire
2023 -2024
Prof. : M. TEHUA
0546234613

EXERCICE 1

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$.

1. Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$.
2. En utilisant la question 1, Etudie le sens de variation de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle convergente ou divergente ? Justifie.
4. Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$.
   a. Démontre que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera sa raison et son premier terme.
   b. Exprime V_n puis U_n en fonction de n.
   c. Détermine la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
5. On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$.
   a. Exprime S_n en fonction de n.
   b. Détermine la limite de S_n.
6. Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. (C) désigne la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, I, J). *Unité graphique : 2 cm.*
   a. Trace la courbe (C) et la droite (D) d'équation $y = x$.
   b. Utilise (C) et (D) pour représenter les termes U_0, U_1, U_2 et U_3 de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   c. Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

EXERCICE 2

Les tailles x_i en centimètre et les masses y_i en kilogramme de huit élèves sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Tailles x_i	154	166	167	169	172	175	175	182
Masse y_i	50	52	68	66	70	72	80	78

1. Dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J), représente nuage de points relatifs à la série statistique double.
   Echelle : (1 cm pour 20 cm en abscisse et 1 cm pour 10 kg en ordonnée)
2. Calcule les coordonnées du point moyen G du nuage de points. Place G sur le graphique.
3. a. Calcule les variances V(X) et V(Y) des caractères X et Y.
   b. Calcule la covariance Cov(X, Y) des caractères X et Y.
4. a. Détermine une équation de la droite (D) de régression de y en fonction de x.
   b. Détermine une équation de la droite (D') de régression de x en fonction de y.
   c. Représente ces deux droites sur le graphique.
5. Calcule le coefficient de corrélation linéaire r puis interprète le résultat.
6. En utilisant les droites (D) et (D'), détermine :
   a. La masse d'un élève dont la taille serait 16 cm.
   b. La taille d'un élève dont la masse serait 71 kg.

EXERCICE 3

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2-x}{(x+1)^4} + \frac{2e^x(e^x+1)}{e^{2x}-1}$.

1. Justifie que l'ensemble de définition de f est : $\mathbb{R} \setminus \{-1\,;0\}$.
2. a. Détermine les nombres réels a et b tels que : $\forall\, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\,;0\}, \frac{2-x}{(x+1)^4} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^4}$
   b. Déduis-en que : $\forall\, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\,;0\}, f(x) = -\frac{1}{(x+1)^3} + \frac{3}{(x+1)^4} + \frac{2e^x}{e^x-1}$.

3. Détermine la primitive F de f sur $]0\,;+\infty[$ qui s'annule en 1.