

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On note B et C les points du plan d'affixes respectives $3 - 2i$ et $5 + i$.

On désigne par S la similitude directe de centre O qui transforme C en B.

1. a) Démontrer que l'écriture complexe de S est : $z' = \frac{1}{2}(1-i)z$.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de S.

c) Déterminer l'affixe du point D qui a pour image le point C par S.

2. a) Justifier que l'affixe z_1 du point B_1 , image de B par S est $\frac{1}{2}(1-5i)$.

b) Justifier que le triangle OBB_1 est rectangle et isocèle en B_1 .

3. On définit les points suivants : $B_0 = B$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, B_{n+1} = S(B_n)$.

On note z_n l'affixe du point B_n .

a) Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (1-i)^n z_0$.

b) Calculer la distance OB_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} OB_n$.

Exercice 2

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le ministère du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.

Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité graphique : 1cm)

On prendra pour origine le point $\Omega(0; 24)$.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (X, Y).

3. Justifier que :

a) La variance de X est $\frac{20}{3}$.

b) La covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$.

4. a) Sachant que la variance de Y est égale à $\frac{98}{3}$, déterminer la valeur du coefficient de corrélation

linéaire.

b) Justifier que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.

5. Soit (D) la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés.

a) Déterminer une équation de (D).

b) Tracer (D).

6. On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes.

Donner une estimation du nombre de bacheliers qui accéderont aux études supérieures en 2020.

Problème

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est le centimètre.

Partie A

Soit g la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x + (ax + b)e^{-x}$, où a et b sont des nombres réels.

Dans le plan muni du repère (O, I, J), on désigne par :

(\mathcal{C}) la courbe représentative de g ; (D) la droite d'équation $y = x$.

1. a) On donne: $g(0) = 1$. Déterminer la valeur de b .

b) On admet que la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse 0 est parallèle à la droite (D).

Déterminer la valeur de a .

2. Soit h la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = e^x - x$.

a) Soit h' la dérivée de h .

Calculer $h'(x)$, pour tout x élément de \mathbb{R} .

b) Dresser le tableau de variation de h .

On ne calculera pas les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + (x + 1)e^{-x}$.

1. a) Calculer la limite de f en $-\infty$.

b) Justifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

c) Donner une interprétation graphique de ces résultats.

2. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que (D) est une asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$.

c) Étudier les positions relatives de (\mathcal{C}) et (D).

3. a) On désigne par f' la fonction dérivée de f .

Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^{-x} h(x)$.

b) Déterminer le sens de variations de f .

c) Dresser le tableau de variations de f .

4. Construire sur le même graphique (T), (\mathcal{C}) et (D).

5. a) Démontrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} .

b) On note f^{-1} la bijection réciproque de f . Calculer $(f^{-1})'(1)$.

c) Construire (Γ), la courbe représentative de f^{-1} sur le même graphique que (\mathcal{C}).

Partie C

On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_{-1}^n (t+1)e^{-t} dt$.

1. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = (-2-n)e^{-n} + e$.
2. Calculer l'aire \mathcal{A}_n , en cm^2 , de la partie du plan limitée par la courbe (\mathcal{C}), la droite (D) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = n$.
3. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{A}_n$.

Exercice 1

Partie I

On considère la fonction P définie sur \mathbb{C} par : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (1+5i)z + 2 - 2i$.

1. a) Calculer $P(i)$.
b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.
2. Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation : $z^2 - (3+i)z + 2 + 2i = 0$.
3. En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation (E) : $P(z) = 0$.

Partie II

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité 5 cm.

On pose : $z_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = \frac{1+i}{2} z_n$.

On note A_n le point du plan d'affixe z_n .

1. a) Calculer z_1 et z_2 .
b) Placer les points A_0, A_1 et A_2 dans le plan complexe.
2. On considère la suite U définie par $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = |z_{n+1} - z_n|$.

a) Justifier que : $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = \frac{\sqrt{2}}{2} |z_n|$.

b) Démontrer que U est une suite géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et de premier terme $\sqrt{2}$.

c) Exprimer U_n en fonction de n .

3. On désigne par $A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_{n-1}A_n$ la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2 \dots A_{n-1}A_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$.)

On pose $\forall n \in \mathbb{N}^*, l_n = A_0A_1 + A_1A_2 + \dots + A_{n-1}A_n$.

- a) Calculer l_n .
- b) En déduire la limite de l_n .

Exercice 2

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4 ;

On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et B l'évènement « Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

- a) Calculer la probabilité de l'évènement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».
- b) Démontrer que la probabilité $p(B)$ de l'évènement B est 0,58.
- c) Mariam réalise un bénéfice.

Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là.

On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

2. Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs donnés.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours successifs.

- Déterminer les valeurs prises par X .
- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

- Justifier que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,42)^n$.
- Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

Problème

Partie A

Soit r la fonction définie sur \mathbb{R} par : $r(x) = xe^{-x}$.

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = r$.

Soit g la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-x}$.

- Démontrer que g est solution de l'équation (E).
- Soit l'équation différentielle (F) : $y' + y = 0$.
 - Démontrer qu'une fonction ζ est solution de (E) si et seulement si $\zeta - g$ est solution de (F).
 - Résoudre l'équation différentielle (F).
 - En déduire la solution ζ de (E) qui vérifie $\zeta(0) = -\frac{3}{2}$.

Partie B

On considère la fonction f dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^2 - 3}{2}e^{-x}$.

On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J), d'unités graphiques $OI = 2$ cm et $OJ = 4$ cm.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - Démontrer que la courbe (\mathcal{C}) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OJ).
- Calculer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.
- soit f' la fonction dérivée de f .

Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{3 + 2x - x^2}{2}e^{-x}$.

- Étudier les variations de f .
 - Dresser le tableau de variations de f .
4. Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (\mathcal{C}) au point d'abscisse 0 est :

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}.$$

- Étudier les positions relatives de (\mathcal{C}) par rapport à l'axe des abscisses.

6. Représenter graphiquement (T) et (\mathcal{C}).

Partie C

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^1 xe^{-x} dx$.

2. a) Vérifier que f est solution de l'équation différentielle (E) de la partie A).

b) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = -f'(x) + xe^{-x}$.

c) En utilisant la question précédente, calculer en cm^2 , l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par la courbe (\mathcal{C}), la droite(OI) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

EXERCICE 1

- 1- On considère la fonction h dérivable et définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par : $h(x) = 2x - x^2$.
- Démontrer que h est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$.
 - En déduire que l'image de l'intervalle $[0 ; 1]$ par h est l'intervalle $[0 ; 1]$.
- 2- Soit u la suite définie par :
- $$u_0 = \frac{3}{7} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = h(u_n).$$
- Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < u_n < 1$.
 - Démontrer que la suite u est croissante.
 - Justifier que la suite u est convergente.
- 3- On considère la suite v définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \ln(1 - u_n)$.
- Démontrer que v est une suite géométrique de raison 2.
 - Exprimer v_n en fonction de n .
 - Calculer la limite de la suite v .
 - En déduire la limite de la suite u .

EXERCICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, (unité graphique : 2 cm).

On considère la transformation \mathcal{S} du plan qui, à tout point M d'affixe z , associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = (1 - i\frac{\sqrt{3}}{3})z + 2i\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

- 1- a) Soit Ω le point d'affixe 2.
Vérifier que : $\mathcal{S}(\Omega) = \Omega$.
- b) Justifier que \mathcal{S} est une similitude directe dont on précisera les éléments caractéristiques.
- 2- a) Démontrer que : $\forall z \neq 2, \frac{z'-z}{2-z} = i\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- b) En déduire que le triangle $M\Omega M'$ est rectangle en M .
- c) Donner un programme de construction de l'image M' par \mathcal{S} d'un point M donné.
- 3- a) Placer les points A et B d'affixes respectives $-1 + i$ et $5 - i$ dans le plan muni du repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.
Construire les images respectives A' et B' de A et B par \mathcal{S} .
- b) On note $z_A, z_B, z_{A'}$ et $z_{B'}$ les affixes respectives des points A, B, A' et B' .
Démontrer que : $z_{A'} - z_A = z_{B'} - z_B$.
- c) En déduire la nature du quadrilatère $AA'BB'$.

PROBLÈME

Partie A

Soit g la fonction dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = -1 + (2 - 2x)e^{-2x + 3}$.

- 1- Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2- a) Soit g' la fonction dérivée de g .
Justifier que : $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = (4x - 6)e^{-2x + 3}$.
b) Étudier le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x .
c) Justifier que : $g\left(\frac{3}{2}\right) = -2$.
d) Dresser le tableau de variations de g .
- 3- a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique notée α .
b) Vérifier que : $0,86 < \alpha < 0,87$.
c) Justifier que : $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , (unité graphique : 2 cm).

On considère la fonction f dérivable et définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x + \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{-2x + 3}$.

On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f .

- 1- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.
b) En déduire que (\mathcal{C}) admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $-\infty$.
- 2- a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
b) Démontrer que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = -x$ est asymptote à (\mathcal{C}) en $+\infty$.
c) Étudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à (\mathcal{D}) .
- 3- a) Soit f' la fonction dérivée de f .
Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$.
b) En déduire les variations de f .
c) Dresser le tableau de variations de f . On ne calculera pas $f(\alpha)$.
- 4- Construire (\mathcal{D}) et (\mathcal{C}) sur le même graphique.
On précisera les points de (\mathcal{C}) d'abscisses $0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 4$.
On prendra : $\alpha = 0,865$ et $f(\alpha) = 0,4$.
- 5- Soit t un nombre réel strictement supérieur à $\frac{3}{2}$. On désigne par $\mathcal{A}(t)$ l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe (\mathcal{C}) , la droite (\mathcal{D}) et les droites d'équations $x = \frac{3}{2}$ et $x = t$.
On pose : $I_t = \int_{\frac{3}{2}}^t \left(x - \frac{1}{2}\right)e^{-2x + 3} dx$.
a) À l'aide d'une intégration par parties, justifier que : $I_t = \frac{3}{4} - \frac{t}{2}e^{-2t + 3}$.
b) En déduire $\mathcal{A}(t)$.
c) Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(t)$.

BACCALAURÉAT
SESSION 2023

Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.*

EXERCICE 1 (2 points)

Soit f une fonction numérique définie et deux (2) fois dérivable sur un intervalle contenant un nombre réel x_0 . On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). a et b sont deux nombres réels tels que : $a < b$.

On note f' et f'' les dérivées première et seconde respectives de f .

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	Si $f''(x_0) \neq 0$, alors (C) admet un point d'inflexion au point d'abscisse x_0 .
2.	Si f est négative sur l'intervalle $[a; b]$, alors l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est : $-\int_a^b f(t)dt$.
3.	Si $\forall x \in [a; b], f'(x) \leq m$, alors $ f(a) - f(b) \leq m(a - b)$, ($m \in \mathbb{R}$)
4.	Les solutions de l'équation différentielle $f'' + \omega^2 f = 0$ ($\omega \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme : $x \mapsto Ae^{ax} + Be^{-ax}$ ($A \in \mathbb{R}, B \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations
1.	Soient $(X; Y)$ une série statistique double et $\text{Cov}(X; Y)$ sa covariance. On note respectivement $V(X)$ et $V(Y)$ les variances de X et Y . On admet que $V(X) \neq 0$ et $V(Y) \neq 0$. On appelle coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double $(X; Y)$, le nombre réel noté r tel que ...	A $r = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$
		B $r = -\frac{\text{Cov}(X,Y)}{V(X)V(Y)}$
		C $r = -\frac{\text{Cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}}$
		D $r = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{V(X)V(Y)}$

2.	Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto \cos x - x \sin x$ est la fonction ...	A	$x \mapsto \cos x - \sin x$.
		B	$x \mapsto x \cos x$.
		C	$x \mapsto \sin x - \cos x$. <i>c</i>
		D	$x \mapsto -x \cos x$.
3.	Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2, alors la somme des n premiers termes consécutifs de cette suite est égale à ...	A	$(n+1)(n+3)$.
		B	$n(n+2)$.
		C	$\frac{(n+1)(n+3)}{2}$. <i>c</i>
		D	$\frac{(n+2)(n+3)}{2}$.
4.	L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}, \ln(1-x) < 2$ est ...	A	$]1; e^2 - 1[$. <i>A</i>
		B	$] -\infty; 1 - e^2[$. <i>f</i>
		C	$]1 - e^2; 1[$.
		D	$]e^2 - 1; +\infty[$. <i>10</i>

EXERCICE 3 (3 points)

Un sondage effectué auprès d'anciens élèves d'un lycée révèle que :

- 55% d'entre eux poursuivent uniquement leurs études dans une université ;
- 10% poursuivent uniquement leurs études dans une grande école ;
- les autres sont sur le marché du travail.

Ce sondage révèle aussi que certains de ces anciens élèves ont fait le choix de vivre en colocation. Il s'agit de :

- 45% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une université ;
- 30% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une grande école ;
- 15% des anciens élèves qui sont sur le marché du travail.

On interroge au hasard un ancien élève du lycée.

On considère les événements suivants :

- U : « L'ancien élève poursuit ses études dans une université » ;
 G : « L'ancien élève poursuit ses études dans une grande école » ;
 T : « L'ancien élève est sur le marché du travail » ;
 C : « L'ancien élève vit en colocation ».

1. Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calcule la probabilité pour que l'ancien élève poursuive ses études dans une université et ait choisi de vivre en colocation.
3. Justifie que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,33.
4. Un ancien élève vit en colocation.
Calcule la probabilité qu'il poursuive ses études dans une université.

EXERCICE 4 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) . On désigne par Ω , A et B les points d'affixes respectives z_Ω , z_A et z_B telles que : $z_\Omega = 1 + i$, $z_A = 1$ et $z_B = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$.

1. On note S la similitude directe de centre Ω qui transforme A en B .

a) Justifie que : $\frac{z_B - z_\Omega}{z_A - z_\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$.

b) Dédus de 1.a) que S a pour rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et pour angle $\frac{\pi}{4}$.

c) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1$.

2. a) Justifie que l'affixe du point K , image du point J par la similitude directe S est : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

b) Démontre que les points O , K et Ω sont alignés.

EXERCICE 5 (5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = xe^{-x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'unité graphique est : 2 cm.

1. a) Détermine la limite de f en $+\infty$.

b) On admet que f est dérivable sur $[0; +\infty[$.

Justifie que : $\forall x \in [0; +\infty[, f'(x) = (1-x)e^{-x}$.

c) Démontre que f est strictement croissante sur $]0; 1[$ et strictement décroissante sur $]1; +\infty[$.

d) Dresse le tableau de variation de f .

e) Construis (C) dans le repère (O, I, J) .

2. Démontre que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admet une unique solution α dans $]0; 1[$.

3. On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$.

a) Démontre par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n > 0$.

b) Démontre que la suite (u_n) est décroissante.

c) Justifie que la suite (u_n) est convergente.

d) Détermine la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE 6 (5 points)

Une coopérative agricole possède un terrain qui a la forme d'un quart de disque de rayon 1 km représenté par la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles. Elle veut partager son terrain en trois parcelles pour y cultiver respectivement des tomates, des aubergines et des patates.

La parcelle hachurée est réservée à la culture des tomates. La coopérative souhaite que l'aire de cette parcelle soit maximale.

L'agent de l'agriculture chargé de la mise en valeur de ces trois parcelles informe la coopérative que

l'aire de la partie réservée à la culture des tomates est égale à $\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}$, où $x = OH$ et $x \in [0; 1]$.

Le gérant de la coopérative ne sachant comment déterminer l'aire maximale, te sollicite.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du gérant de la coopérative.

