Fiche N°5
Enseignant : O. Hamza
Contact : (+226) 64508688/74944190

Burkina Faso
Année 2024-2025
Sujet de type baccalauréat blanc
Séries : D
Durée : 4 heures

Epreuve de Mathématiques

Exercice 1 (2 pts)

Ecris le numéro de chacune des affirmations suivantes, suivi de **vrai** si l'affirmation est vraie ou de **faux** si l'affirmation est fausse.

1) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2x^2-x-6}{x-1}$.
   L'ensemble de définition de g est $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ et la droite $(d): y = 2x + 1$ est une asymptote oblique à C_g la courbe de g.
2) Soit la fonction h définie par $h(x) = (1 + cos2x)\sin^2 x$.
   La dérivée de la fonction h est
   $x \longmapsto (2\sin^2 x)(sin2x) + (2cosxsinx)(1 + cos2x)$.
3) Soit les suites (U_n) et (V_n) définies par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+1} \end{cases}$ et $V_n = \frac{1}{U_n}$.
   La suite (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = 1$ et de premier terme $V_0 = 1$.
4) On répartit les élèves d'une classe de terminale D selon le tableau suivant :

	Matheux	Non matheux
Garçons	3	15
Filles	2	10

   La probabilité qu'un élève de la classe soit un matheux sachant qu'il est un garçons est de $\frac{1}{10}$.

Exercice 2 (3,5 pts)

A. Soit (U_n) la suite réelle définie par U_0 fixé et pour tout $n \in \mathbb{N}$,
$U_n = 1{,}05U_{n-1} + 1000$ et soit (V_n) la suite définie par
$V_n = U_n + 20000$.

1. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.
2. Calculer V_n en fonction de V_0 et n. En déduire U_n en fonction de U_0 et n.

B. En mars 2019 la population électorale d'une commune de Djibo (au Burkina Faso) était de 20.000 électeurs. Chaque année cette population électorale augmente de 6% et de plus, 1000 électeurs supplémentaires viennent s'y établir définitivement.

1. Préciser la population électorale en mars 2025 dans cette commune.
2. Etant donné que le taux d'abstention est de 22%, déterminer le nombre de votants dans cette commune en 2025.

Exercice 3 (4 pts)

1) a. Etudier les variations de la fonction f définie par : $f(x) = e^{2x} - 1$.

b. Déterminer que sur $\left[-1; -\frac{3}{4}\right]$ l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique β.

c. Montrer que pour tout x de l'intervalle $\left[-1; -\frac{3}{4}\right]$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

2) On considère la suite (U_n), $n \in \mathbb{N}$ telle que $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = e^{2U_n} - 1. \end{cases}$

a. Déterminer par récurrence que pour tout n, $-1 \leq U_n \leq -\frac{3}{4}$.

b. Montrer que pour tout n, on a : $|U_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2}|U_n - \beta|$.

c. En déduire que $|U_n - \beta| \leq \frac{1}{2^{n+2}}$.

Exercice 4 *(7 pts)*

Partie A

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$f(x) = 1 - xlnx; \quad x > 0$ et $f(0) = 1$.

1) a. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0, interpréter géométriquement ces résultats
   b. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation
   c. Représenter la courbe (C_1) de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ (unité 4 cm).
2) Soit g la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$g(x) = 1 - lnx - e^{1-x}; \; x > 0$.

   a. Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation
   b. Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout x élément de $]0; +\infty[$. (On ne demande pas de représenter g).

Partie B

Soit h la fonction numérique d'une variable définie par :

$h(x) = 1 - xlnx - e^{1-x}; \; x > 0$ et $h(0) = 1 - e$.

1) a. Montrer que h est continue à droite de 0
   c. h est-elle dérivable à droite de 0 ?
   d. Donner une interprétation géométrique de ces résultats.
2) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} h(x)$.
3) a. Déterminer $h'(x)$, où h' est la fonction dérivée de h

b. Dresser le tableau de variation de h

4) On désigne par (C_2) la représentation graphique de h dans le repère $(O; I; J)$

a. Etudier le signe de $f(x) - h(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$

b. En déduire la position relative de (C_2) par rapport à (C_1)

c. Calculer $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - h(x))$ puis interpréter géométriquement

d. Construire (C_2) dans le repère $(O; I; J)$.

Exercice 5 *(3,5 pts)*

A. Le président du conseil régional fait mener une étude sur l'évolution de la population dans une zone de son territoire qui compte 10200 habitants en vue de prévoir la construction de centres de santé. L'expert lui dit que l'évolution de la population dans cette zone se fait suivant la formule : $\mathbf{10200e^{0,5n}}$ où **n** est le nombre d'années écoulées. Le président veut savoir au bout de combien d'année cette population dépassera 20000 habitants. L'expert étant parti, il te sollicite en tant qu'élève de la terminale D.
Réponds à la préoccupation du président.

B. Des élèves de terminale travaillent les samedis dans le service marketing d'un grand magasin. Ce magasin veut informer la population des nouvelles offres promotionnelles. Le service marketing a observé que la proportion P de la population qui est au courant de ces nouvelles offres après t jours d'annonces publicitaires est donnée par la fonction : $\boldsymbol{P(t) = 1 - e^{-0,21t}}$. Le magasin veut arrêter cette publicité lorsque au moins **90 %** de la population sera au courant des nouvelles offres. Un de tes camarades de classe affirme que cela n'excédera pas une semaine. Donne ton avis argumenté sur l'affirmation de cet élève.

BONNE INSPIRATION !