



## MATHEMATIQUES : FICHE 13

### EXERCICE 1

Soit  $u$  la suite numérique définie sur  $\mathbb{N}$  par: 
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$$

1. a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
- b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n > -1$ .
- c) Déterminer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
- d) Justifier que la suite  $(u_n)$  est convergente.
2. Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par:  $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$ .
- a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite arithmétique.
- b) Exprimer  $v_n$ , puis  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- c) En déduire la limite de la suite  $(v_n)$ , puis de la suite  $(u_n)$ .
3. Calculer la somme  $S = v_3 + v_4 + \dots + v_{19}$

### SITUATION COMPLEXE

Au cours d'une séance de cours, le professeur de Mathématiques d'une classe de  $F_3$  au Lycée Technique d'Abidjan remet à chaque élève une fiche d'informations sur laquelle sont inscrites les informations suivantes :

la température de refroidissement d'un objet, fabriqué industriellement, est modélisée par une fonction  $f$ , ouu, pour tout réel  $t \geq 0$ ,  $f(t)$  représente la température de l'objet, exprimée en degrés Celsius, à l'instant  $t$  exprimé en heures . La fonction  $f$  vérifie la relation :  $f' + \frac{1}{2}f = 10$ .

Curieux, les élèves decident de déterminer la fonction  $f$ , de faire son étude, de faire son étude et d'interpréter les résultats de cette étude.

Utilisant tes connaissances mathématiques acquises u coirs de l'année scolaire, détermine la fonction  $f$ , étudie-la puis interprète les résultats de cette étude.

**NB** : La température initiale de l'objet est  $220^\circ\text{C}$ .