

BACCALAURÉAT
SESSION 2020

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont également autorisées.

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité graphique est 2 cm.
On donne les points A, B et C d'affixes respectives a , b et c telles que :

$$a = 2 - 2i, b = 2 + 2i \text{ et } c = -2 + 2i.$$

- Place les points A, B et C dans le plan muni du repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
 - Écris sous forme exponentielle, chacun des nombres complexes a , b et c .
- Soit r la rotation de centre O telle que $r(A) = B$ et (Γ) le cercle de centre Ω d'affixe 2 et de rayon 2.

 - Détermine l'application complexe associée à la rotation r .
 - Déduis de ce qui précède $r(B)$.
 - Détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'image (Γ') de (Γ) par r .
 - Construis (Γ) et (Γ') sur la même figure.
- Soit α un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0; 2\pi[$, tel que : $\alpha \neq \pi$. On note M le point d'affixe z telle que $z = 2 + 2ie^{i\alpha}$ et M' l'image de M par r . On note z' l'affixe de M'.

 - Démontre que M est un point de (Γ) .
 - Démontre que : $z' = 2i - 2e^{i\alpha}$.
 - On note u et v les affixes respectives des vecteurs \overline{BM} et $\overline{BM'}$.
Exprime u et v en fonction de α .
- Démontre que :
 $\forall x \in \mathbb{R}, e^{2ix} + 1 = 2e^{ix} \cos x$ et $e^{2ix} - 1 = 2ie^{ix} \sin x$.
 - Démontre que : $\frac{u}{v} = \tan \frac{\alpha}{2}$.
 - Déduis de ce qui précède que les points M, M' et B sont alignés.
- On donne : $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

 - Détermine sous forme algébrique l'affixe du point M.
 - Construis les points M et $r(M)$.

EXERCICE 2

Le sujet du concours d'entrée dans une grande école est noté sur 20 points. Il comporte 5 questions à choix multiples. Pour un candidat donné, on attribue quatre (4) points à chaque réponse juste et zéro (0) point à chaque question non traitée ou à réponse fausse. On admet que lorsqu'un candidat répond au hasard à une question, la probabilité de donner une réponse juste est $\frac{1}{4}$.

1. Soit k le nombre exact de réponses justes données par un candidat à ce concours. Exprime en fonction de k la note globale N de ce candidat.
2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses justes obtenues par un candidat qui a répondu au hasard à chacune des cinq questions.
 - a) Détermine les valeurs prises par X .
 - b) Démontre que : $P(X = 3) = \frac{45}{512}$.
 - c) Justifie que la probabilité pour que le candidat ait une note globale supérieure à 10 est : $\frac{53}{512}$.
3. On suppose qu'à ce concours, n candidats ont répondu au hasard aux cinq questions. On admet que lorsqu'un des n candidats répond au hasard à une question, la probabilité de donner une réponse juste est $\frac{1}{4}$.
 - a) Justifie que la probabilité P_n qu'au moins un des n candidats ait une note globale supérieure à 10 est : $1 - \left(\frac{459}{512}\right)^n$.
 - b) Détermine la valeur minimale de n pour que : $P_n \geq 0,99$.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est 2 cm.

Soient n un entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f_n(x) = (1-x)^n e^{\frac{x}{2}}$.

On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .

Le but de ce problème est de calculer la limite de la suite (S_n) définie par :

$$S_n = \frac{1}{n!} \int_0^1 f_n(x) dx.$$

Partie A : Étude de la fonction f_1 et d'une fonction associée.

1.
 - a) Calcule : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_1(x)}{x}$.
 - b) Interprète graphiquement les résultats précédents.
2.
 - a) Calcule la limite de f_1 en $-\infty$.
 - b) Interprète graphiquement le résultat précédent.

3. On suppose que f_1 est dérivable sur \mathbb{R} .
- Démontre que f_1 est strictement croissante sur $] - \infty ; - 1[$ et strictement décroissante sur $] - 1 ; +\infty[$.
 - Dresse le tableau de variations de f_1 .
 - Trace dans le repère (O, I, J) , la courbe (C_1) et sa tangente à l'origine.

Partie B : Etude de la fonction f_n .

- Détermine, suivant la parité de n , la limite de f_n en $+\infty$.
 - Détermine, suivant la parité de n , $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x}$.
 - Interprète graphiquement les résultats précédents.
- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$ (On pourra poser : $X = 1-x$).
 - Interprète graphiquement le résultat précédent.
- On suppose que pour tout entier naturel n non nul, f_n est dérivable sur \mathbb{R} .

 - Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f_n'(x) = \frac{1}{2}(-x - 2n + 1)(1-x)^{n-1} e^{\frac{x}{2}}$.
 - Étudie, suivant la parité de n , le signe de $f_n'(x)$.
 - Dresse, suivant la parité de n , le tableau de variation de f_n .
- Résous dans \mathbb{R} , l'équation : $f_n(x) = f_{n+1}(x)$.
 - Déduis de ce qui précède que toutes les courbes (C_n) passent par deux points fixes que l'on précisera.
 - Étudie, suivant la parité de n , les positions relatives des courbes (C_n) et (C_{n+1}) .
 - Trace la courbe (C_2) dans le repère (O, I, J) .

Partie C : Calcul de la limite de la suite (S_n) définie sur \mathbb{N}^* par : $S_n = \frac{1}{n!} \int_0^1 f_n(x) dx$.

- Justifie que la fonction f_n est décroissante sur $[0 ; 1]$.
- Démontre que : $\forall x \in [0 ; 1], f_n(x) \in [0 ; 1]$.
- Déduis de ce qui précède que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq S_n \leq \frac{1}{n}$.
- Détermine $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

BACCALAUREAT - SESSION 2020

EPREUVE : MATHÉMATIQUES DATE : 28/07/2020 HEURE :
SERIE(S) : A B C

CORRIGE ET BAREME

BAREME

CORRIGE

Ce barème est national. Il ne peut être modifié.

Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Toute autre démarche correcte sera acceptée et le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.

A un résultat correct non justifié, on accordera la moitié des points sauf une question notée sur 0,25 qui vaudra zéro.

Toute faute ne sera sanctionnée qu'une seule fois.

En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenus précédemment, par le candidat même si ces résultats intermédiaires sont faux.

CORRIGE
EXERCICE 1 6 points

1. a)	Place des points A, B et C	→	0,15
b)	Démonstration correcte	→	0,25 x 2
c)	$a = 2\sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \quad b = 2\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$ $c = 2\sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$	→	0,25 x 3
2. a)	$r: z' = iz$	→	0,25
b)	$r(B) = C$	→	0,25
c)	(Γ') cercle de centre $\sigma'(2i)$ et de rayon 2	}	0,25 x 2
d)	construction de (Γ) et (Γ') voir annexe		0,25 x 2
3. a)	Démonstration correcte	→	0,25
b)	Démonstration correcte	→	0,25
c)	$u = -2i + 2ie^{i\alpha} \quad ; \quad v = -2 - 2e^{i\alpha}$	→	0,25 x 2
4. a)	Démonstration correcte	→	0,25 x 2
b)	Démonstration correcte	→	0,25
	$\frac{u}{v} = \frac{-i(2ie^{i\frac{\alpha}{2}} \cdot \sin(\frac{\alpha}{2}))}{2e^{i\frac{\alpha}{2}} \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})} = \tan(\frac{\alpha}{2})$		
c)	$\frac{u}{v} \in \mathbb{R}^*$	→	0,25
5. a)	$z_M = 2 - \sqrt{3} + i$	→	0,25
b)	Construction de M et $r(M)$ voir annexe	→	0,25 x 2

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 2 4 points	
1. $N = 42$ — — — — →	0,5
2. a) Valeurs de X X prend les valeurs: 0; 1; 2; 3; 4; 5. (0,25 pour deux bonnes réponses)	→ 0,75
b) $P(X=3) = \binom{3}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{45}{512}$	→ 1
c) Justification correcte — — — →	0,5
3. a) Justification correcte — — — →	0,75
b) $P_n \geq 0,99$; <u>$m = 43$</u> — — →	0,5

CORRIGE

BAREME

PROBLEME 10 POINTS

Partie A: Etude de la fonction f_1

1°) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = -\infty \rightarrow$

0,25

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \rightarrow$

0,25

b) (C_1) admet une branche parabolique de direction (OI)

0,25

2.

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = 0 \rightarrow$

0,25

b) l'axe (OI) ($y=0$) est asymptote à (C_1)

0,25

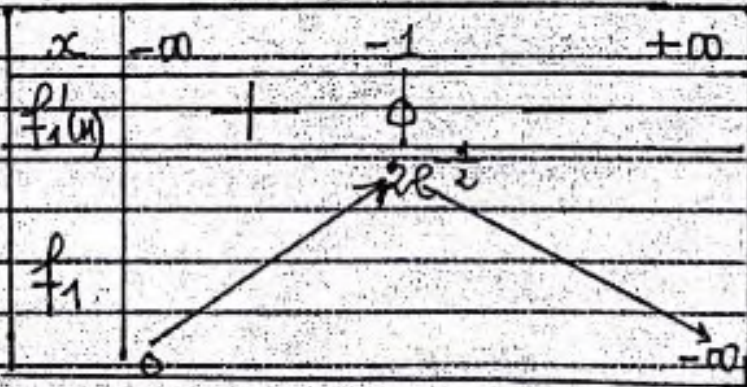
3) a) $x \in \mathbb{R}, f_1'(x) = -\frac{1}{2}(x+1)e^{\frac{x}{2}}$

0,25

• signe et variations

0,25 x 2

b)



0,25

CORRIGE	BAREME
c) Trace de (C_1) — — — — Trace de la tangente à l'origine → voir annexe	0,25 0,25
<u>Partie B</u>	
1. a) • n pair, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$ — — — —	0,25
• n impair, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = -\infty$ — — — —	0,25
b) • n pair, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = +\infty$ — — — —	0,25
• n impair, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = -\infty$ — — — —	0,25
c) (C_n) : branche parabolique de direction celle de (OJ)	0,25
2. a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = 0$ — — — — →	0,5
b) la droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à (C_n)	0,25
3 a. Démonstration correcte — — — — →	0,5
b) <u>cas: n pair</u>	
$\forall x \in]-\infty; -2n+1[\cup]1; +\infty[\quad f'_n(x) > 0$	0,25
$\forall x \in]-2n+1; 1[\quad f'_n(x) < 0$	0,25

CORRIGE

BAREME

Cas : n impair

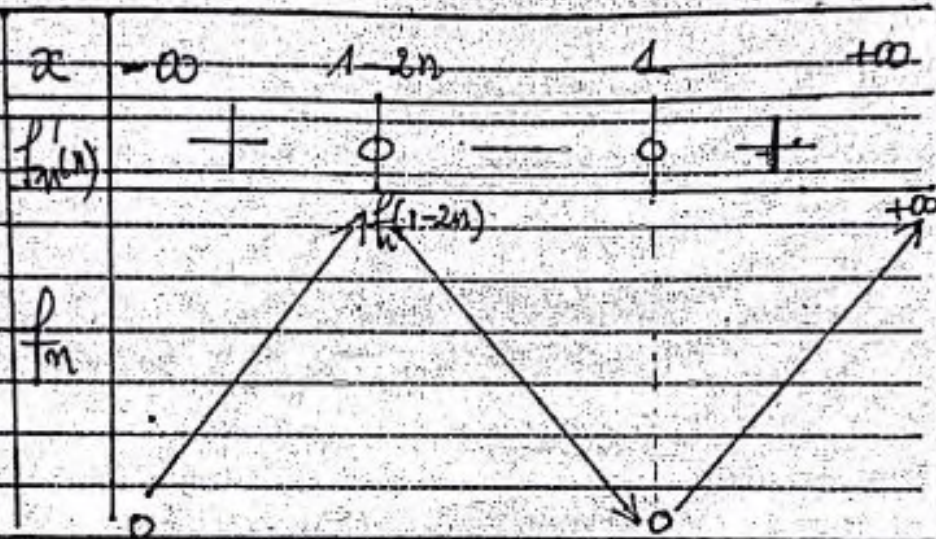
$$\left. \begin{aligned} \forall x \in]-\infty; -2n+1[, f'_n(x) > 0 \\ \forall x \in]-2n+1; +\infty[, f'_n(x) \leq 0 \end{aligned} \right\}$$

0,25

0,25

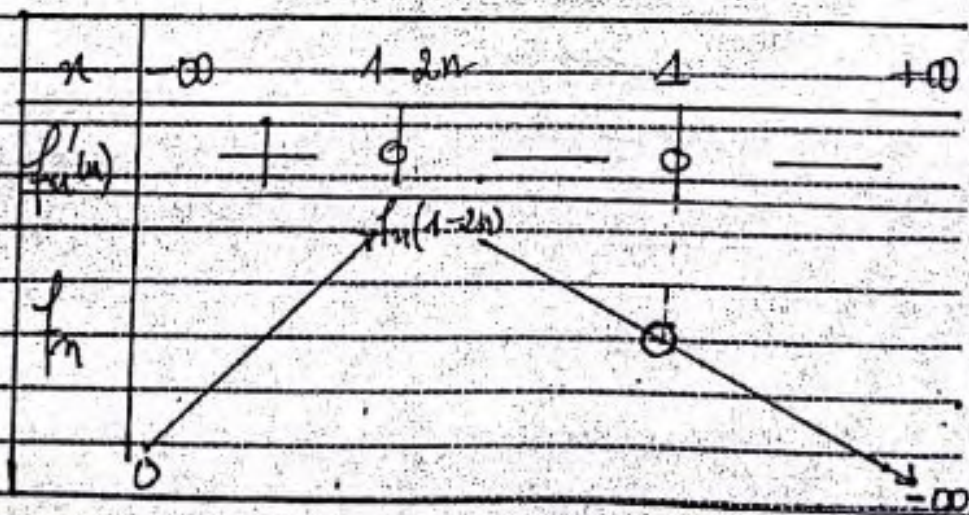
c)

Cas : n pair



0,25

Cas : n impair



0,25

4. a)

$$S_n = \{0; 1\}$$

0,15 x 2

b)

les nombres (C_n) passant par les points fixes $I(1;0)$ et $J(0;1)$

0,25 x 2

c)

Tracez, $f_{n+1}(x) - f_n(x) = -x(1-x)^n e^{-x}$

0,25

Cas n pair

(C_{n+1}) au-dessus de (C_n) sur $]0; 1[$

(C_{n+1}) au-dessous de (C_n) sur $]0; 1[$
et sur $]1; +\infty[$

0,25

Cas n impair

(C_{n+1}) au-dessous de (C_n) sur $]0; 1[$ et sur $]1; +\infty[$

0,25

(C_{n+1}) au-dessus de (C_n) sur $]0; 1[$

d) Tracez de (G) - - - - -

0,15

Voir annexe

CORRIGE

BAREME

Partie C

1 - Justification correcte

(on pourra étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0;1]$)

0,25

2 - Démonstration correcte

0,25

3 - $\forall x \in [0;1]$ $0 \leq f_n(x) \leq 1$

$$0 \leq \frac{1}{n!} \int_0^1 f_n(x) dx \leq \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{n}$$

$$0 \leq S_n \leq \frac{1}{n}$$

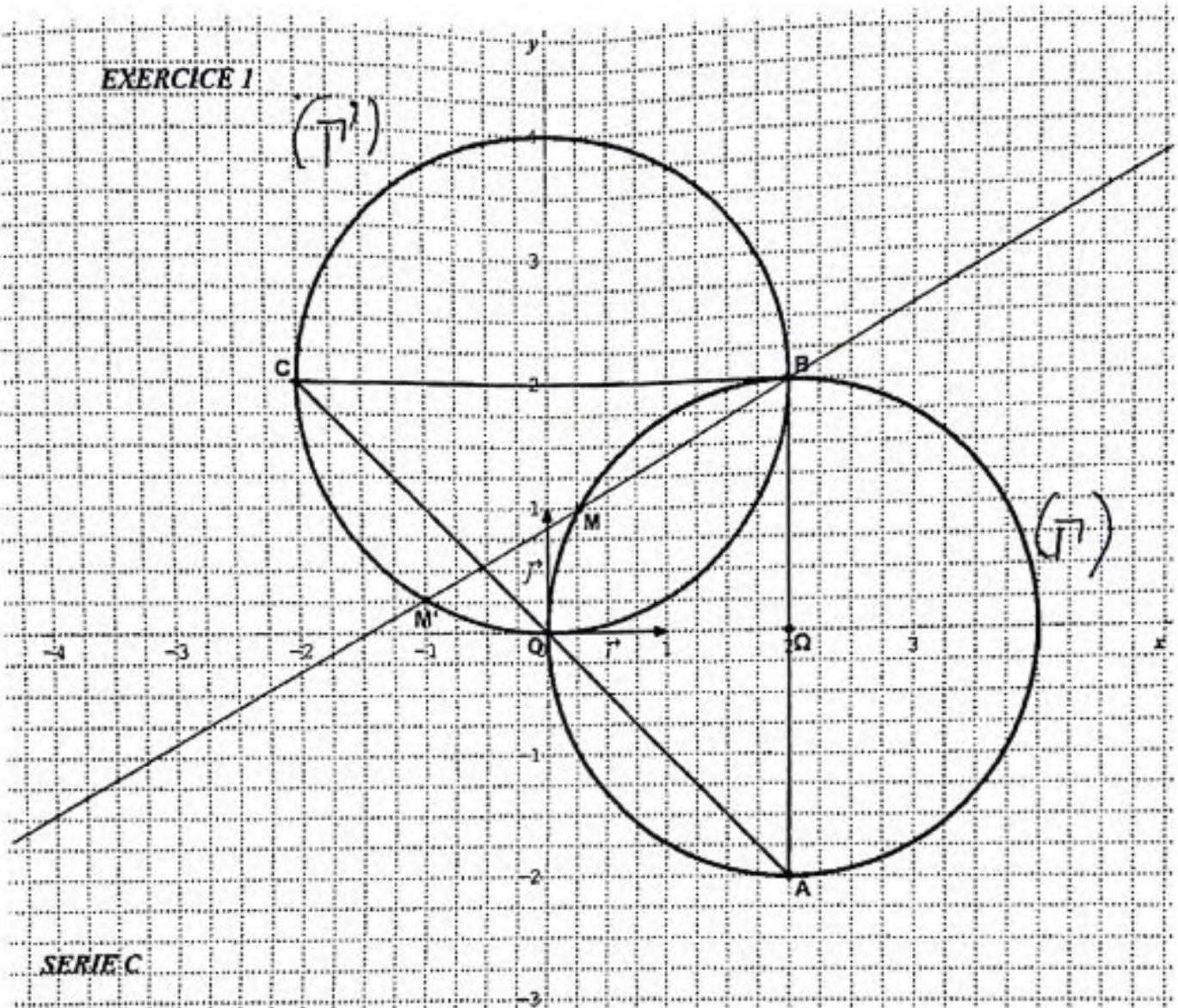
0,5

4 - Théorème des gendarmes

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 0$$

0,25

EXERCICE 1

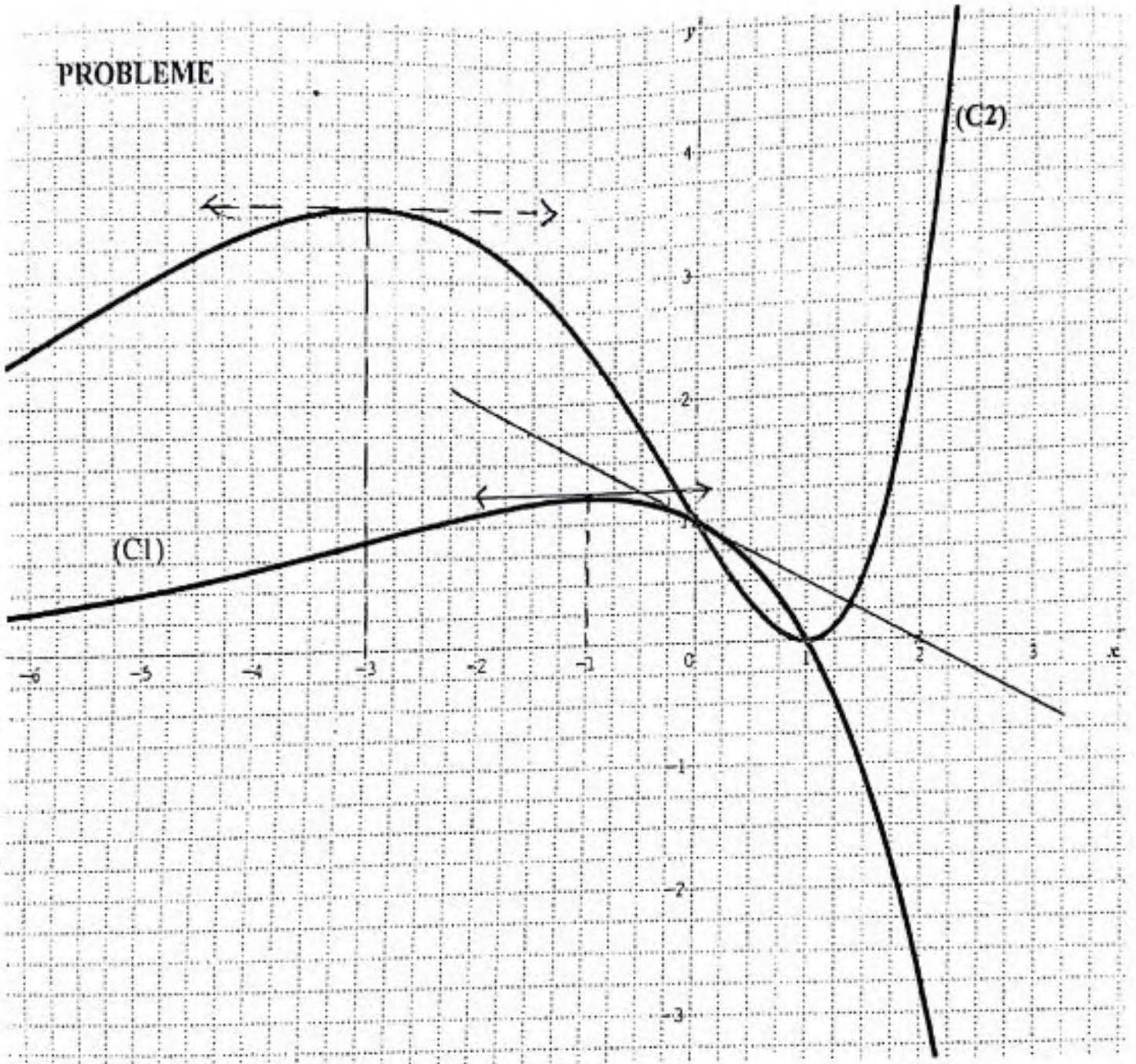


SERIE C

9/10

BACCALAUREAT 2020 - SERIE C

PROBLEME



Le Président de la Commission

MENET-FP
Inspection Générale
Youssouphou KEITA
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire

10/10

BACCALAURÉAT
SESSION 2021

Durée : 4 H
Coefficient : 5

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.

Chaque candidat recevra une (1) feuille de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque affirmation suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1.	Si f est une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que f soit croissante et majorée sur l'intervalle $]2 ; 5[$, alors f admet pour limite $+\infty$ à gauche en 5.
2.	Le coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique à deux variables a le même signe que la covariance de cette série statistique.
3.	Une primitive sur $]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$ de la fonction $: x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x} \times e^{\tan x}$ est la fonction $: x \mapsto e^{\tan x}$.
4.	Toute similitude directe du plan admet un point invariant.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés à trou du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé à trou suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncé à trou	Réponses
1.	Soit (u_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{-2}{3^n}$. La suite (u_n) ...	A Diverge vers $-\infty$.
		B converge vers 0.
		C diverge vers $+\infty$.
		D converge vers -2 .
2.	On pose : $z = -3e^{i\frac{\pi}{6}}$ L'argument principal de z est ...	A $-\frac{\pi}{6}$.
		B $\frac{5\pi}{6}$.
		C $\frac{-5\pi}{6}$.
		D $\frac{\pi}{6}$.

3.	O est un point du plan. L'homothétie h de centre O et de rapport -5 ...	A	n'est pas une similitude directe
		B	est la similitude directe de centre O, de rapport 5 et d'angle nul.
		C	est une isométrie.
		D	est la similitude directe de centre O, de rapport 5 et d'angle π .
4.	ABC est un triangle et G l'isobarycentre des points A, B et C. L'ensemble des points M du plan vérifiant : $\ \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\ = AC$ est ...	A	la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC).
		B	le cercle de centre G et de rayon $\frac{2}{3} AC$.
		C	l'ensemble vide.
		D	le cercle de centre G et de rayon $\frac{1}{3} AC$.

EXERCICE 3 (3 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :
 $A(0 ; 0 ; 2)$; $B(0 ; 4 ; 0)$ et $C(2 ; 0 ; 0)$.

1. a) Justifie que les points A, B et C déterminent un plan.
 b) Démontre qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x + y + 2z - 4 = 0$.
2. Soit (D) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$.
 a) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D).
 b) Justifie que la droite (D) est incluse dans le plan (ABC).
 c) Justifie que la droite (D) est la hauteur du triangle ABC issue du point A.
3. Soit (\mathcal{P}) le plan dont une équation cartésienne est : $y = \frac{x}{2}$.
 a) Justifie que les plans (\mathcal{P}) et (ABC) sont perpendiculaires.
 b) Démontre que : $\{(D)\} = (ABC) \cap (\mathcal{P})$.

EXERCICE 4 (3 points)

Soit k un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On considère deux nombres entiers X et Y tels que : $X = k^2 - 2k + 2$ et $Y = k^2 + 2k + 2$.

On pose : $\text{PGCD}(X ; Y) = m$.

1. Démontre que tout diviseur de X qui divise k , divise 2.
2. Démontre que tout diviseur commun de X et de Y divise $4k$.

Dans toute la suite de l'exercice, on suppose que k est impair.

3. a) Justifie que les nombres entiers X et Y sont aussi impairs.
 b) Déduis-en que m est impair.
4. a) Justifie que m divise 2.
 b) Déduis des questions précédentes que : $\text{PGCD}(X, Y) = 1$.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .
L'unité graphique est 2 cm.

1. a) Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
b) Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
2. a) On suppose que g est dérivable sur \mathbb{R} .
Justifie que la fonction g est strictement croissante sur $]\frac{\ln 2}{2}; +\infty[$ et strictement décroissante sur $]-\infty; \frac{\ln 2}{2}[$.
b) Vérifie que : $g(\frac{\ln 2}{2}) = \ln(2\sqrt{2})$.
c) Dresse le tableau de variation de la fonction g sur \mathbb{R} .
3. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$.
b) Dédus-en que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.
c) Justifie que la courbe (C) est au dessous de la droite (D) .
4. On admet que la droite (D') d'équation $y = -x + \ln 2$ est une asymptote à la courbe (C) en $-\infty$.
Trace dans le plan muni du repère (O, I, J) , la courbe (C) , les droites (D) et (D') .
5. Soit J l'intégrale telle que : $J = \int_0^1 (g(x) - x) dx$.
a) Donne une interprétation géométrique de J .
b) En utilisant l'inégalité : $\forall x \in]0; +\infty[, \ln(1+x) \leq x$, justifie que : $0 < J < 0,87$.
(On ne te demande pas de déterminer la valeur exacte de J .)

EXERCICE 6 (5 points)

Le Directeur d'une société internationale veut acquérir un avion privé afin d'éviter les désagréments que lui causent les vols commerciaux.

Il a le choix entre deux types d'avions : un biréacteur et un quadriréacteur. Au moment de l'achat, le constructeur lui décrit les deux types d'appareils de la façon suivante :

« Le biréacteur possède deux réacteurs R_1 et R_2 de telle sorte que l'état du réacteur R_2 dépend de celui du réacteur R_1 . Cet appareil ne peut pas voler à la seule condition que les réacteurs R_1 et R_2 tombent simultanément en panne. En outre, une enquête a révélé que durant les dix premières années qui suivent leur première mise en service, 30% des réacteurs R_1 tombent en panne et que dans un même avion, lorsque le réacteur R_1 tombe en panne, le réacteur R_2 a 40% de chance de tomber aussi en panne».

« Quant au quadriréacteur, il possède quatre réacteurs qui fonctionnent de façon indépendante. Cet appareil peut voler si au moins deux des quatre réacteurs continuent de fonctionner. En outre, 25% des réacteurs de ce type d'appareil tombent en panne durant les dix premières années qui suivent leur mise en service ».

Le Directeur veut acheter parmi les deux types d'avion, celui qui offrira le plus de chance de voler durant les dix prochaines années.

A la recherche de personnes ressources pour guider son choix, il s'adresse à toi.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du Directeur.

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT – SESSION 2021

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES DATE : 06/07/2021 HEURE : 12 H.

CORRIGE ET BAREME

SÉRIE(S) : C

CORRIGE	BAREME
<p>Ce barème est national. Il ne peut être modifié.</p> <p>Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.</p> <p>Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.</p> <p>A un résultat correct, non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note 00 (zéro).</p> <p>Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.</p>	

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
 ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT – SESSION 2021

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 06/07/2021 HEURE : 12^H.....

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

C

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (2 points)	
1 - FAUX	0,50
2 - VRAI	0,50
3 - VRAI	0,50
4 - FAUX	0,50
EXERCICE 2 (2 points)	
1 - B	0,50
2 - C	0,50
3 - D	0,50
4 - D	0,50

CORRIGE	BAREME
<p><u>EXERCICE 3</u> (3 points)</p>	
<p>1. (a) les points A, B et C sont <u>non alignés</u> (par exemple \vec{AB} et \vec{AC} non colinéaires)</p>	0,25
<p>(b) Démonstration correcte — — —</p>	0,50
<p>2. (a) (D) $\begin{cases} x = 4t \\ y = 2t \\ z = 2 - 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$</p>	0,50
<p>(b) justification correcte — — —</p>	0,25
<p>(c) $\begin{cases} (D) \subset (ABC) \\ \vec{n} \cdot \vec{BC} = 0 \end{cases}$</p>	0,50
<p>3. (a) \vec{n}_1 vecteur normal de (ABC) : $\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ \vec{n}_2 vecteur normal de (P) : $\vec{n}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ donc (P) et (ABC) perpendiculaires</p>	0,25
<p>(b) Démonstration correcte — — —</p>	0,50

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 4 (3 points)	
1. soit d un diviseur de X et k ($k \geq 2$)	
(1) $2 = X - (k^2 - 2k)$	
(2) $\begin{cases} d X \\ d k^2 - 2k \end{cases}$ donc $d 2$	0,50
2. soit d' un diviseur de X et Y	
$\begin{cases} d' X \\ d' Y \end{cases} \Rightarrow d' Y - X$ donc $d' 4k$	0,50
donc Tout diviseur commun de X et Y divise $4k$	
3. (a)	
• k impair donc $k \equiv 1 [2]$	
d'où $k^2 + 2k + 2 \equiv 5 [2]$ or $5 \equiv 1 [2]$	
donc Y impair - - -	0,25
• $k \equiv 1 [2]$ d'où $k^2 - 2k + 2 \equiv 1 [2]$	
d'où X impair - -	0,25
(on pourra utiliser l'égalité $k = 2p + 1$)	

CORRIGE	BAREME
<p>3. (b) Supposons m pair</p> <p>$m X$, m pair donc X pair</p> <p>(Contradiction car X est impair)</p> <p><u>Conclusion</u> : <u>m est impair</u></p>	<p>0,50</p>
<p>4. (a)</p> <p>(1) $\begin{cases} m X \\ m Y \end{cases} \Rightarrow m 4k$</p> <p>(2) m impair donc m et 4 sont premiers entre eux</p> <p>D'après le Théorème de Gauss $m k$</p> <p>de plus, $m X$ et donc d'après (1)</p> <p><u>m divise 2</u></p>	<p>0,25</p> <p>0,50</p>
<p>(b) Deduction correcte — — — —</p>	<p>0,25</p>

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 5 (5 points)	
1. (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$	0,25
(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	0,25
2. (a) $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{e^x - 2e^{-x}}{e^x + 2e^{-x}}$	0,25
• signe de la dérivée — — —	0,50
• les variations de g — — —	0,25
(b) vérification correcte — — —	0,50
(c) Tableau de variations correct — — —	0,25
3. (a) Démonstration correcte — — —	0,50
(b) Dédution correcte — — —	0,25
(c) la courbe (C) est <u>au-dessus</u> de (D)	0,25
4. (D) — — — — —	0,25
(D) — — — — —	0,25
(C) — — — — —	0,50

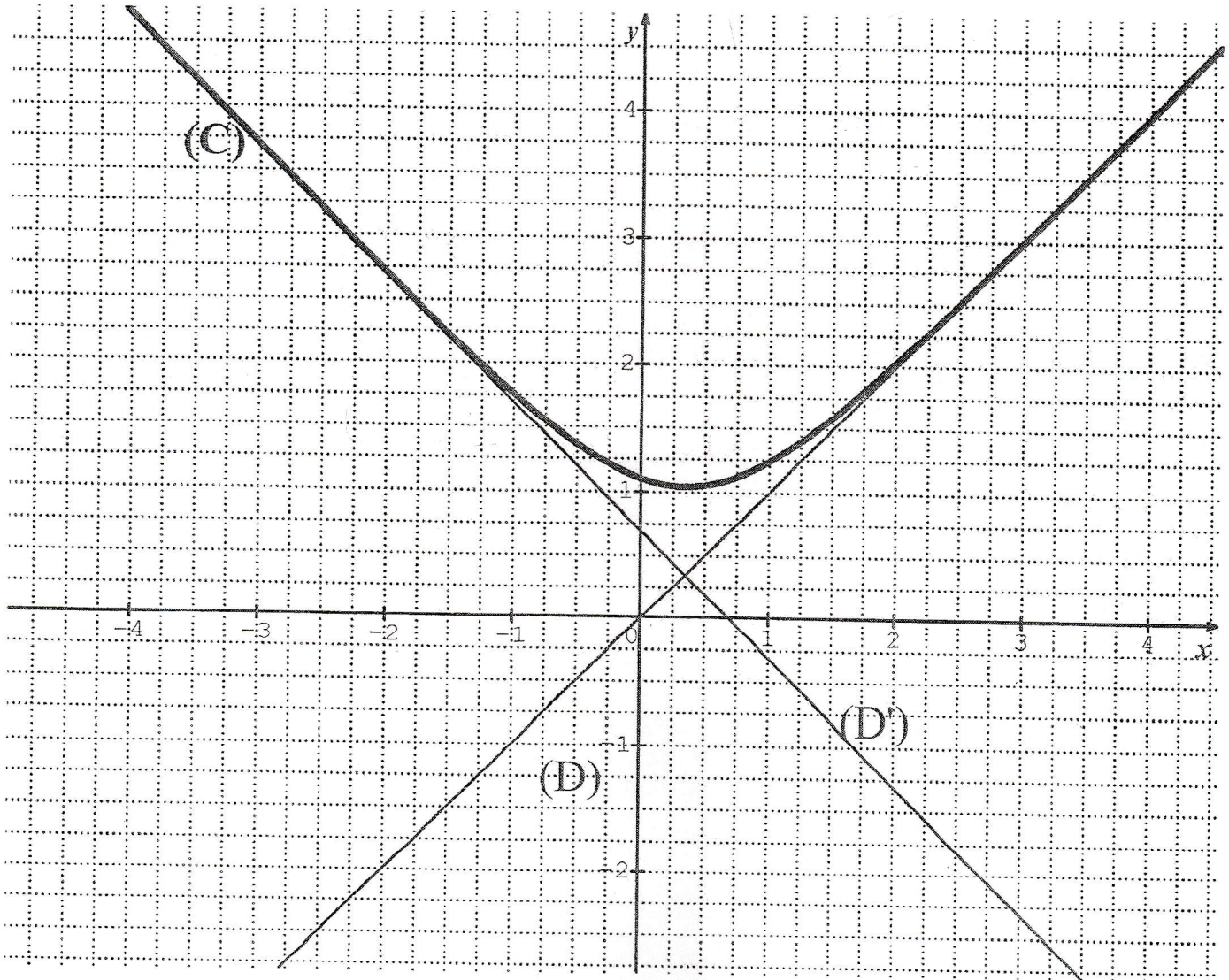
CORRIGE	BAREME
5.	
<p>(a) <u>Interpretation</u></p>	
<p>J est l'aire de la partie du plan délimitée par: (C), (D) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$</p>	<p>} 0,25</p>
<p>(b) Justification correcte — — —</p>	<p>0,50</p>

CORRIGE		BAREME
EXERCICE 6		
Critères	Indicateurs	Barème
CM1: Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> • Annonce du titre de la leçon Pour répondre à la préoccupation du directeur, j'avais utilisé des notions de <u>probabilité</u> • Etapes de la résolution du problème Pour cela, je vais : <ul style="list-style-type: none"> = Calculer la probabilité pour que les réacteurs R_1 et R_2 du bi-réacteur tombent simultanément en panne = Définir une loi binomiale = Calculer la probabilité pour qu'au moins 3 (trois) des 4 (quatre) moteurs du quadri-réacteur tombent en panne. = Comparer ces deux probabilités et conclure. 	<p>(0,75 point)</p> <p>1 ind sur 5 → 0,25</p> <p>2 ind sur 5 → 0,5</p> <p>À partir de 3 ind sur 5 → 0,75</p>
CM2: utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<ul style="list-style-type: none"> • Calcul de la probabilité pour que les réacteurs R_1 et R_2 tombent simultanément en panne Soit R_1 « le réacteur R_1 tombe en panne » R_2 « le réacteur R_2 tombe en panne » 	<p>(2,5 points)</p>

	CORRIGE	BAREME
	- $p(R_1) = 0,3$	1 ind sur 11 → 0,25
	- $p(R_2) = 0,4$	2 ind sur 11 → 0,5
	- $p(R_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p(R_2)$	3 ind sur 11 → 1
	- $p(R_1 \cup R_2) = 0,12$	4 ind sur 11 → 1,5
	• <u>Définir une loi binomiale</u>	5 ind sur 11 → 1,75
	- soit X la variable aléatoire réelle égale au nombre de réacteurs en panne du quadrisacteur	6 ind sur 11 → 2
	- X suit la loi binomiale de paramètres $p = 0,25$ et $n = 4$	7 ind sur 11 → 2,25
	• Calcul de la probabilité pour qu'au moins 3 des quatre réacteurs du quadrisacteur tombent en panne	A partir de 8 ind sur 11 → 2,5
	- $p(X \geq 3) = p(X=3) + p(X=4)$	
	- $p(X=3) = C_4^3 (0,25)^3 (0,75)^1$	
	- $p(X=4) = (0,25)^4$	
	- <u>$p(X \geq 3) = 0,05$</u>	

	CORRIGE	BAREME
<p>CM3 :</p> <p>Cohérence de la réponse</p>	<p>◦ <u>Interprétation et Cohérence des résultats</u></p> <p>= Comparaison des deux probabilités $0,12 > 0,05$</p> <p>Donc les avions quadiréacteurs tombent moins en panne que les avions bibréacteurs pendant les 10 premières années qui suivent leur mise en service.</p> <p>- Je conseille au directeur le choix d'un avion quadiréacteur</p> <p>- Conquiescence entre la démarche et le résultat produit.</p>	<p>(1,25 points)</p> <p>1 ind sur 3 $\rightarrow 0,75$</p> <p>A partir de 2 ind sur 3 $\rightarrow 1,25$</p>
<p>C.P</p> <p>critères de Perfectionnement</p>	<p>- Présence des titres, des étapes ; pas de ratures et de surchage.</p> <p>- Production juste en peu de mots (esprit de synthèse)</p> <p>- Démarche correcte, non classique, au-delà de la production attendue.</p>	<p>(0,5 pt)</p> <p>1 ind sur 3 $\rightarrow 0,25$</p> <p>A partir de 2 ind sur 3 $\rightarrow 0,5$</p>

ANNEXE – EXERCICE 5



Le Président de la
Commission.

11/11

MENA
Inspection Générale
YOUSSOUPHOU KEITA
Inspecteur de l'Enseignement
Secondaire
Cél: 01 41 03 66 80

BACCALAURÉAT BLANC
SESSION : FÉVRIER 2025

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

Série : C

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat aura à utiliser deux (02) feuilles de papier millimétré.
Seule la calculatrice scientifique non graphique et non connectable est autorisée.*

EXERCICE 1 : (2 points)

Ecris le numéro chaque affirmation suivi de "V" si l'affirmation est vraie ou "F" si elle est fausse.

N°	AFFIRMATION
1	Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K et v une fonction dérivable sur l'intervalle $u(K)$ alors la fonction $v \circ u$ est dérivable sur K et on a $(v \circ u)' = v' \times (v' \circ u)$.
2	Soit a, b et c trois nombres réels tels que $a + b + c \neq 0$ et G le barycentre des points pondérés $(A; a)$, $(B; b)$ et $(C; c)$. Pour tout nombre réel k , la ligne de niveau k de l'application $M \mapsto aMA^2 + bMB^2 + cMC^2$ est un cercle de centre G .
3	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. α est un nombre réel non nul. Le plans (P) d'équation cartésienne $\frac{\alpha}{3}x - \frac{\alpha}{2}y + \alpha z = 0$ a pour vecteur normal le vecteur $\vec{u}(2; -3; 6)$.
4	Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Si F et G sont des primitives de la fonction f sur I alors la fonction $F - G$ est constante sur I .

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris le numéro de chaque énoncé incomplet suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse.

N°	ÉNONCÉ INCOMPLET	RÉPONSES	
1	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct, les points images des solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^4 + 1 = 0$ sont ...	A	des points alignés.
		B	les sommets d'un hexagone régulier.
		C	des points situés sur l'axe des abscisses.
		D	les sommets d'un carré.
2	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. La droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + \frac{1}{2}t \end{cases} t \in \mathbb{R}$, a pour vecteur directeur le vecteur \vec{u} de coordonnées...	A	$(1; 1; -2)$.
		B	$(2; -2; 1)$.
		C	$(1; 3; 2)$.
		D	$(2; 1; -2)$.
3	Soit A et B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M du plan tels que $2MA - MB = 0$ est ...	A	un cercle.
		B	la médiatrice du segment $[AB]$.
		C	la droite (AB) privée des points A et B .
		D	la droite perpendiculaire à (AB) au point A .

4	La limite en $+\infty$ de la fonction $x \mapsto e^x \ln(1 + e^{-x})$ est égale à...	A	0
		B	$+\infty$
		C	1
		D	$-\infty$

EXERCICE 3 : (3 points)

On se propose de déterminer l'ensemble S des nombres entiers naturels qui s'écrivent $a05b$ dans le système décimal et qui sont divisibles 3 et par 11.

On admet que $1 \leq a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$.

1. Justifie que si le nombre $a05b$ est un élément de S alors : $a + b \equiv 1 [3]$ et $a - b \equiv 6[11]$.
2. Démontre que si le nombre $a05b$ est un élément de S alors : $a - b = -5$ ou $a - b = 6$.
3. Détermine les nombres entiers naturels appartenant à l'ensemble S .

EXERCICE 4 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan de coordonnées $(x; y)$ vérifiant la relation : $3(x + 1)^2 + 4y^2 = 12$.

- 1) 1-a) Détermine la nature de (Γ) .
 1-b) Détermine dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les éléments géométriques de (Γ) .
 1-c) Construis (Γ) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 2) Soit un point M de (Γ) de coordonnées $(x; y)$; on note $z = x + iy$ l'affixe de M .
 2-a) justifie que $-3 \leq x \leq 1$.
 2-b) Démontre que $|z| = \frac{1}{2}(3 - x)$.
 2-c) Déduis-en que $|z| = \frac{3}{2 + \cos\theta}$ où θ étant un argument de z .
- 3) Soit M et M' les points de (Γ) ayant pour affixes respectives z et z' d'arguments respectifs θ et $\theta + \pi$. On suppose ici que $\theta \in]-\pi; \pi]$.
 3-a) Démontre que $z' - z = -e^{i\theta}(|z'| + |z|)$.
 3-b) Déduis des questions 2.c) et 3.a) que : $\|\overrightarrow{M'M'}\| = \frac{12}{4 - \cos^2\theta}$.
 3-c) Détermine les valeurs de θ pour lesquelles $\|\overrightarrow{M'M'}\|$ est maximal.

EXERCICE 5 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit sur $]0; +\infty[$, la fonction f_n par : $f_n(x) = \frac{\ln(1+x)}{x} - n(e^{x-1} - 1)$.

On note (C_n) la représentation graphique de f_n dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Partie A : Fonction auxiliaire

Soit la fonction g dérivable et définie sur $] -1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x + 1)$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variations ; on ne demande pas les limites.
- 2) Déduis-en que pour tout $x \in] -1; +\infty[$, $g(x) \leq 0$.

Partie B : Etude de la famille de fonctions

- 1) Justifie que l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (C_0) .
- 2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note β_n la limite de f_n à droite en 0.
 - 2-a) Calcule β_n en fonction de n .
 - 2-b) Justifie que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\beta_n > 0$.
- 3) Calcule la limite de f_n en $+\infty$ pour tout entier naturel $n \geq 1$.
- 4) Etudie la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}) pour tout nombre entier naturel n .
- 5) Pour tout nombre entier naturel n , On admet que f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
 - 5-a) Démontre que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $f'_n(x) = \frac{g(x)}{x^2} - ne^{x-1}$.
 - 5-b) Déduis-en le sens de variation de f_n .
 - 5-c) Dresse le tableau de variation de :
 - la fonction f_0 .
 - la fonction f_n pour $n \geq 1$.
- 6) 6-a) Démontre que pour tout entier naturel non nul n , l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique α_n dans $]0 ; +\infty[$.
 - 6-b) Démontre que pour tout nombre entier naturel non nul n , on a : $\alpha_n > 1$.
- 7) Trace les courbes (C_0) , (C_1) et (C_2) dans le repère $(O ; \vec{i}; \vec{j})$.
On prendra $\alpha_1 \approx 1,5$ et $\alpha_2 \approx 1,3$.

EXERCICE 6 : (5 points)

Une entreprise propose à ses employés une évolution suivante du salaire mensuelle :
Le salaire mensuel la première année d'embauche est de 100 000 FCFA.

L'avancement (augmentation) salarial est annuel et est définie selon la formule suivante :

- Le salaire mensuel de chaque année correspond au neuf dixième du salaire mensuel de l'année précédente augmenté de 50 000 FCFA.
- Cette formule d'avancement prend fin à partir de l'année où la différence entre la valeur limite de 500 000 et le salaire mensuel de l'année est inférieur ou égal à 20 000 ; Le salaire se stabilise alors pour la suite de la carrière.

L'âge de la retraite est fixé à 60 ans.

Monsieur AMBE a été embauché le 1^{er} janvier 2025 à l'âge de 35 ans. Il est soucieux de savoir s'il bénéficiera du salaire maximal possible avant d'atteindre l'âge de la retraite.

Ne sachant comment exploiter les informations précédentes, il a recours à toi.

- 1) Détermine le salaire mensuel de Monsieur AMBE la deuxième et la troisième année d'embauche.
- 2) A travers une production basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de Monsieur AMBE.

CORRIGE ET BAREME BAC BLANC REGIONAL 2025
MATHEMATIQUES SERIE C

EXERCICE 1 (2 points)

1. FAUX 0,50
 2. VRAI 0,50
 3. FAUX 0,50
 4. VRAI 0,50

EXERCICE 2 (2 points)

1. B 0,50
 2. B 0,50
 3. C 0,50
 4. A 0,50

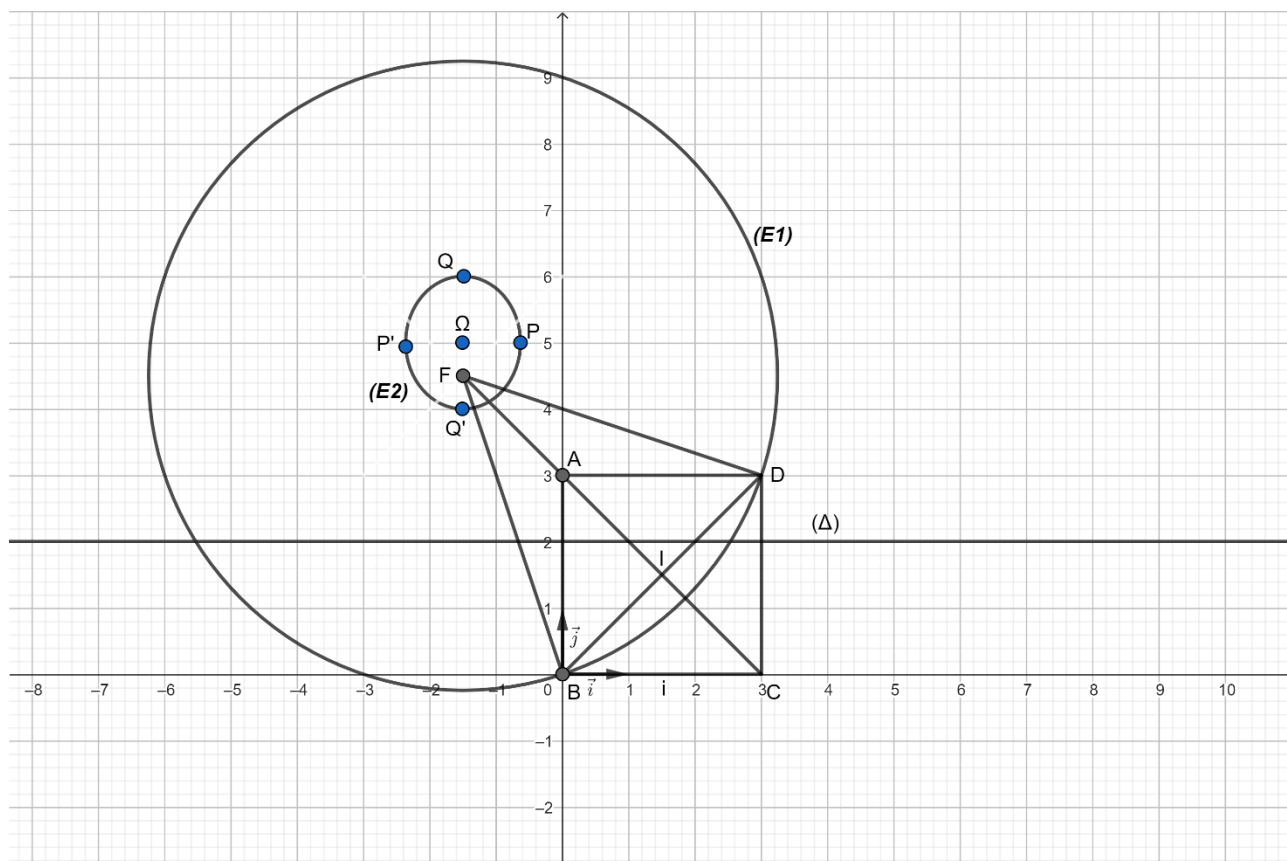
EXERCICE 3 (3 points)

- 1- $x = 1 + 5k$ 0,25
 $y = 3 + 5k$ 0,25
 2-a) Démonstration correcte 0,50
 b) $p = 6$ 0,50
 $q = 3$ 0,25
 c) $m_1 = 57370$ 0,50
 $m_2 = 104275$ 0,50
 3-a) Le nombre de diviseurs positifs de m_1 est $2 \times 2 \times 2 = 6$ 0,25

EXERCICE 4 (3,5 points)

1. Démonstration correcte A est milieu du segment $[FI]$ 0,25
 Justification correcte $FB^2 = \frac{45}{2}$ 0,25
 2. $M \in (E_1) \Leftrightarrow 2MF^2 - 27 = 9$
 $\Leftrightarrow MF^2 = \frac{45}{2}$
 Donc (E_1) est le cercle de centre F et de rayon FB 0,50
 Constriction de (E_1) 0,25
 3. a) Justification correcte $F\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ 0,25
 b) Justification correcte de l'équation (E_2) est : $\frac{4\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{3} + (y-5)^2 = 1$ 0,50
 c) (E_2) est : $\frac{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} + (y-5)^2 = 1$. Donc (E_2) est une ellipse 0,25
 Son centre est $\Omega\left(-\frac{3}{2}; 5\right)$ et son excentricité est $e = \frac{1}{2}$ 0,50

- d) Sommets $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$; $P'\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}; 0\right)$; $Q(0; 1)$ et $Q'(0; -1)$ **0,50**
 4. Constriction de (E_2) **0,25**



EXERCICE 5 (4,5points)

1- f est dérivable à gauche en 1 **0,25**

f est dérivable à droite en 1 **0,25**

f est dérivable en 1 **0,25**

2-a) $\forall x \in]-\infty; 1[, f'(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$ **0,25**

$\forall x \in [1; +\infty[, f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$ **0,25**

b) $\forall x \in]-\infty; 1[, f'(x) > 0$ **0,25**

c) Tableau de variation **0,25**

3- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et donc (C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$ **0,25**

4-a) Démonstration correcte **0,25**

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x + 1) = 0$ **0,25**

c) (C) est au dessous de (D) sur $]-\infty; 1[$ 0,25

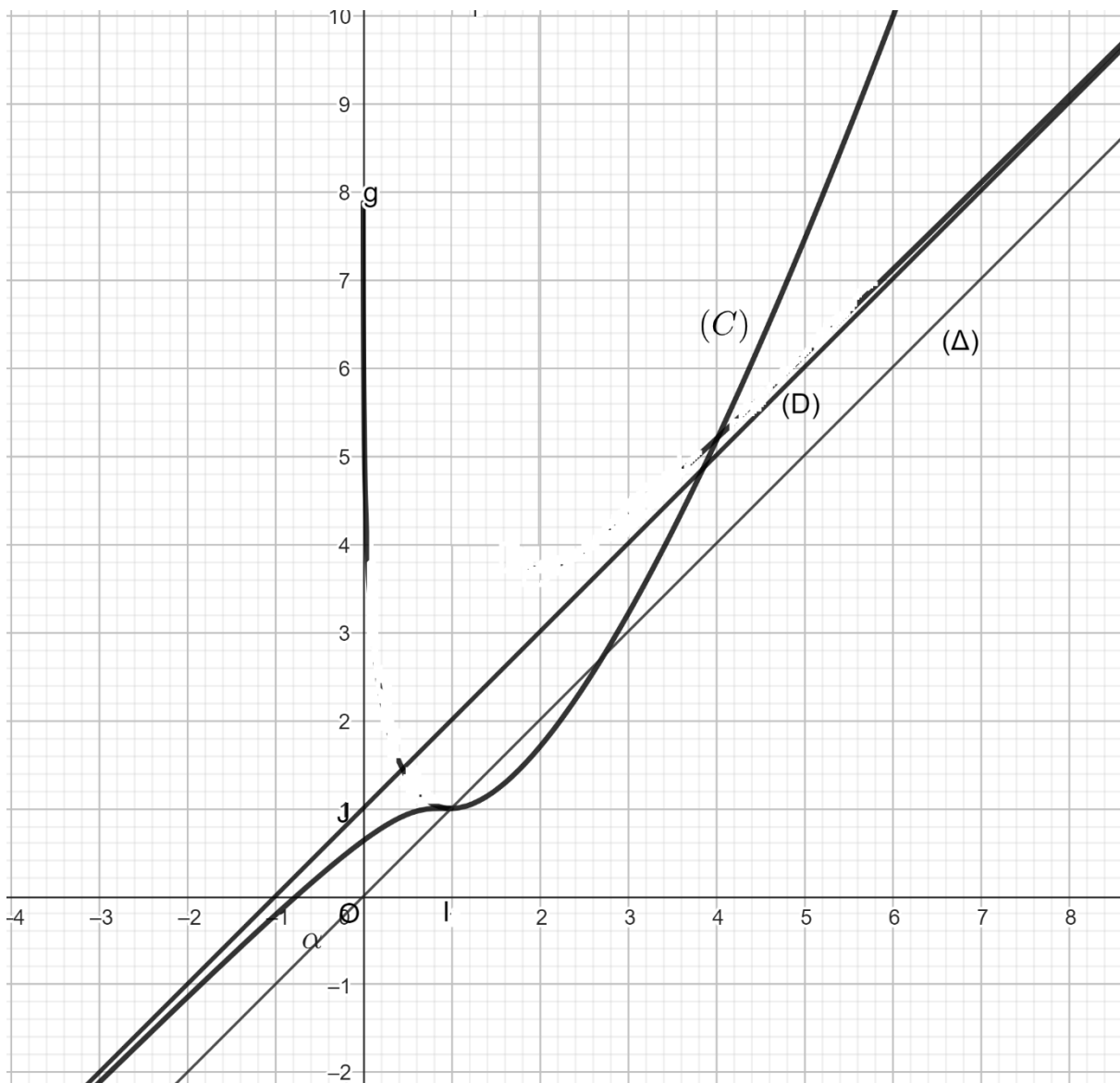
5-Démonstration correcte0,25

$\alpha \in]-1; -\frac{1}{2}[$ 0,25

6- $f(x) = 9 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = e$ 0,25

$A(1; 1)$ et $B(e; e)$ 0,25

7-Tracé de (C) 0,75



EXERCICE 6

<p>CM1 (0,75 pts)</p> <p><i>Pertinence</i></p>	<p>-Pour répondre aux préoccupations de M.yéo, je vais utiliser mes connaissances mathématiques de la leçon : « GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE ». Pour cela, je vais :</p> <p>-Déterminer les coordonnées du point H. -Déterminer une représentation paramétrique de (Δ). -Déterminer une équation du plan (ABC). -Déterminer les coordonnées du point G. -Calculer la distance du point E au plan (ABC)</p> <p>Conclure</p>	<p>7 indices : 0,75 1 indice : 0,25 3 indices : 0,50 4 indices : 0,75</p>
<p>CM2 (2,5 pts)</p> <p><i>Utilisation correcte des outils mathématiques</i></p>	<p>. $H(\frac{9}{5}; \frac{3}{5}; 2)$. Représentation paramétrique de (Δ) :</p> $\begin{cases} x = \frac{9}{5} + \mu \\ \frac{3}{5} - \mu \\ 2 - 2\mu \end{cases} \quad \text{où } \mu \in \mathbb{R}$ <p>.Equation de (ABC) : $x - y - 2y + 4 = 0$.Coordonnée de G : $G(\frac{7}{5}; 1; \frac{14}{5})$ $.d(E; (ABC)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ Conclusion : Le point de contact de la poutre avec le plan (ABC) est le point $G(\frac{7}{5}; 1; \frac{14}{5})$ et aussi la hauteur du grenier est $d = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 2 = 1,15m$</p>	<p>6 indices : 2,5 1 indice : 0,50 2 indices : 1 3 indices : 2 4 indices : 2,5</p>
<p>CM3 (1,25 pts)</p> <p><i>Cohérence de la réponse</i></p>	<p>-pas de rature -pas de surcharges -les enchainements sont de bonnes qualités.</p>	<p>3indices 1indice :0,50 2indices :1 3indices 1,25</p>
<p>CP (0,5 pts)</p> <p><i>Critère de perfectionnement</i></p>	<p>Concision de la production Originalité de la production</p>	<p>0,50 points</p>

MATHÉMATIQUES

SERIE C

*Cette épreuve comporte deux (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne les informations suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 ; f'(x) = \frac{x-1}{2x\sqrt{x}} ; f(4) = \frac{1}{2}.$$

La restriction g de f à $]1; +\infty[$ est une bijection.

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne puis vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse.

- 1- (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ) en $+\infty$.
- 2- f admet un prolongement par continuité en 0.
- 3- On a : $(g^{-1})'(\frac{1}{2}) = \frac{16}{3}$.
- 4- Si $h(x) = g(\ln x)$ alors $h'(x) = \frac{\ln x - 1}{x(\ln x)^2}$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous quatre réponses sont proposées et une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

	Énoncé		Réponses proposées
1	Les racines cubiques de l'unité sont :	A	$1; e^{\frac{2\pi}{3}} \text{ et } e^{-i\frac{2\pi}{3}}$
		B	$1; e^{\frac{i\pi}{3}} \text{ et } e^{-i\frac{\pi}{3}}$
		C	$-1; e^{\frac{i\pi}{6}} \text{ et } e^{-i\frac{\pi}{6}}$
		D	$1; i \text{ et } -i$
2	On considère le nombre complexe $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$ Pour tout entier naturel n , Z^{12n} est égal à :	A	i^n
		B	$(-1)^n$
		C	1
		D	$(-i)^n$
3	Soit f la fonction : $x \mapsto \sin^3 x$. Pour tout réel x ; $f''(x) + 9f(x) =$	A	$-6\sin x$
		B	$6\cos x$
		C	$6\sin x$
		D	$-6\cos x$
4	On considère deux plans de l'espace (\mathcal{E}) rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. (P_1) et (P_2) sont définis respectivement par : $(P_1) : 3x - y + z + 3 = 0$ et $(P_2) : x + y - z + 1 = 0$. Un vecteur directeur de la droite d'intersection de (P_1) et (P_2) est :	A	$\vec{u}(0; 1; 1)$
		B	$\vec{u}(\frac{1}{2}; 0; \frac{3}{2})$
		C	$\vec{u}(3; -1; 1)$
		D	$\vec{u}(1; 1; -1)$

EXERCICE 3(2,5 points)

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 1}$, f une primitive de g sur \mathbb{R} et h la fonction définie sur

$]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ par : $h(x) = f\left(\frac{1+\tan x}{3}\right)$ et $h(0) = 0$.

- a) Calcule $h'(x)$.
b) En déduis que : $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$, $h(x) = \frac{2}{3}x$.
- a) Démontre que : $f(0) = -\frac{\pi}{6}$ et $f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\pi}{9}$.
b) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\left]0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]$.
c) Détermine le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x sur \mathbb{R} .

EXERCICE 4(4,5 points)

- Résous dans \mathbb{C} , l'équation $(E) : z^2 - 2(\cos\theta)z + 1 = 0$ où θ est un paramètre réel.
- Dans le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 1 cm, on considère les points A, B et C d'afixes respectives : $1; \cos\theta + i\sin\theta$ et $\cos\theta - i\sin\theta$.
Soit G le barycentre des points pondérés $(A; 1); (B; 1)$ et $(C; -3)$.
 - Détermine en fonction de θ les coordonnées du point G .
 - Démontre que l'ensemble (Γ) des points G lorsque θ décrit \mathbb{R} est une ellipse.
 - Détermine dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les coordonnées du centre, des sommets, les foyers, l'excentricité et les directrices de l'ellipse (Γ) .
 - Construis l'ensemble (Γ) dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
- On suppose que $\theta = \frac{\pi}{2}$.
On considère l'ensemble (Σ) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 - 3MC^2 = 6$.
 - Vérifie que $C \in (\Sigma)$.
 - Détermine puis construis (Σ) .

EXERCICE 5(4 points)

n désigne un entier naturel non nul. On considère la fonction f_n dérivable sur \mathbb{R} par :

$f_n(x) = \frac{1}{n!} x^n e^{1-x}$. On note par (C_n) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique : 3 cm.

Partie A

- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat.
- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_1(x)}{x}$ et donne une interprétation graphique des résultats obtenus.
- Etudie les variations de f_1 et dresse son tableau de variation.
- Trace (C_1) .

Partie B

Dans cette partie, on suppose que $n \geq 2$.

- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat.
- Calcule suivant la parité de n , la limite de f_n en $-\infty$.
- a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f_n'(x) = \frac{1}{n!} x^{n-1} e^{1-x} (n - x)$.
b) Etudie suivant la parité de n , les variations de f_n et dresse son tableau de variation.

Partie C

- 1- Démontre que toutes les courbes (C_n) passent par un point fixe dont on déterminera les coordonnées
- 2- Etudie la position relative de (C_2) par rapport à (C_1) .
- 3- Trace la courbe (C_2) dans le même repère que (C_1) .

EXERCICE 6(5 points)

Monsieur Dibi YAO Félix professeur de Mathématiques à la retraite à KOUN-FAO a hérité d'une parcelle que lui a légué son défunt père. Ce champ a la forme d'un trapèze dont les deux bases mesurent respectivement 119 m et 91 m, les deux autres côtés mesurent 56 m et 35 m.

Pour éviter des conflits avec ses voisins il souhaiterait clôturer son domaine.

Pour la clôture, il a besoin des poteaux de support séparés par la même longueur en entier de mètres. Il prévoit aussi un poteau à chaque sommet du trapèze et voudrait un nombre minimal de poteaux.

Selon le type de clôture et la qualité du fil de fer choisi, il a dépensé $\overline{A1630}^{11}$ F CFA (où $A = 10$) par rangée et $\overline{53008}^9$ F CFA par jours pour la main d'œuvre .

Après évaluation M. DIBI se rend compte que le coût total des travaux est de $\overline{15083B}^{13}$ F CFA (où $B = 11$) et le nombre de rangées dépasserait le nombre de jours de travail.

Pour avoir le cœur net, il sollicite sa fille ESTHER DIBI en classe de terminale C au lycée Moderne de BONDOUKOU

Pour l'aider :

- A déterminer la distance entre deux poteaux et le nombre de poteaux nécessaires à la clôture ;
- A préciser le nombre de rangées de fil de fer et le nombre de jours de mains d'œuvre.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme de terminale C vole au secours de ton amie ESTHER.

CORRIGE	BAREME
<p>EXERCICE 1(2 POINTS)</p> <p>1- FAUX 2- FAUX 3- VRAI 4- VRAI</p> <p>EXERCICE 2(2 POINTS)</p> <p>1-A 2-B 3-C 4-A</p> <p>EXERCICE 3(2,5 POINTS)</p> <p>Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{\frac{9}{2}x^2 - 3x + 1}$, f une primitive de g sur \mathbb{R} et h la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ par : $h(x) = f\left(\frac{1+\tan x}{3}\right)$ et $h(0) = 0$.</p> <p>1. a) Calculons $h'(x)$.</p> $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h'(x) = \frac{1}{3}(1 + \tan^2(x))f'\left(\frac{1 + \tan x}{3}\right)$ $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h'(x) = \frac{1}{3}(1 + \tan^2(x))g\left(\frac{1 + \tan x}{3}\right)$ $= \frac{1}{3}(1 + \tan^2(x)) \frac{1}{\frac{9}{2}\left(\frac{1+\tan x}{3}\right)^2 - 3\left(\frac{1+\tan x}{3}\right) + 1}$ $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h'(x) = \frac{1}{3}(1 + \tan^2(x)) \frac{1}{\frac{1+2\tan x + \tan^2 x}{1} - 1 - \tan x + 1}$ $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h'(x) = \frac{1}{3}(1 + \tan^2(x)) \frac{1}{\frac{1 + \tan^2 x}{2}}$ $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h'(x) = \frac{2}{3}$ <p>b) Déduisons-en que $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[, h(x) = \frac{2}{3}x$.</p> $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[, h'(x) = \frac{2}{3} \text{ donc } \forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; h(x) = \frac{2}{3}x + c ; c \in \mathbb{R}$ <p>Or $h(0) = 0$ donc $c = 0$. D'où $\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[, h(x) = \frac{2}{3}x$.</p> <p>2. a) Démontrons que : $f(0) = -\frac{\pi}{6}$ et $f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\pi}{9}$.</p> $x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = 0 \Leftrightarrow 1 + \tan(x) = 0$ $x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = 0 \Leftrightarrow \tan(x) = -1$ $x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4}$	<p>0,5× 4</p> <p>0,5× 4</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

$$h\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{6}, \text{ Or } h\left(-\frac{\pi}{4}\right) = f(0) \text{ donc } f(0) = -\frac{\pi}{6}$$

$$x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 1 + \tan(x) = 1 + \sqrt{3}$$

$$x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = 0 \Leftrightarrow \tan(x) = \sqrt{3}$$

$$x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[; \frac{1 + \tan(x)}{3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$h\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{9}, \text{ Or } h\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right) \text{ donc } f\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\pi}{9}$$

b) Démontrons que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]$.

$\forall x \in \left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]; f'(x) = g(x)$. Or $\forall x \in \left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]; g(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]$.

f est continue et strictement croissante sur $\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]$ et $f\left(\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]\right) = \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{9}\right]$.

Or $0 \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{9}\right]$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\left[0; \frac{1+\sqrt{3}}{3}\right]$.

c) Déterminons le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x sur \mathbb{R} .

f est continue et strictement croissante sur \mathbb{R} et $f(\alpha) = 0$

$$\forall x \in]-\infty; \alpha[; x < \alpha$$

$$\forall x \in]\alpha; +\infty[; x > \alpha$$

$$\forall x \in]-\infty; \alpha[; f(x) < f(\alpha)$$

$$\forall x \in]\alpha; +\infty[; f(x) > f(\alpha)$$

$$\forall x \in]-\infty; \alpha[; f(x) < 0$$

$$\forall x \in]\alpha; +\infty[; f(x) > 0$$

Conclusion : $\forall x \in]-\infty; \alpha[; f(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[; f(x) > 0$

EXERCICE 4 (4,5 POINTS)

1- Résolvons dans \mathbb{C} , l'équation $(E) : z^2 - 2(\cos\theta)z + 1 = 0$ où θ est un paramètre réel.

$$\Delta = 4i^2 \sin^2\theta \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i \sin\theta \text{ donc } S_C = \{e^{i\theta}; e^{-i\theta}\}$$

2- Dans le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité 1 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $1; \cos\theta + i\sin\theta$ et $\cos\theta - i\sin\theta$.

Soit G le barycentre des points pondérés $(A; 1); (B; 1)$ et $(C; -3)$

a- Déterminons en fonction de θ les coordonnées du point G .

$$\text{On a : } z_G = \frac{az_A + bz_B + cz_C}{a+b+c} = \frac{1 \times 1 + 1 \times e^{i\theta} - 3 \times e^{-i\theta}}{1+1-3} = (2\cos\theta - 1) + i(-4\sin\theta)$$

$$\text{Donc } G(2\cos\theta - 1; -4\sin\theta)$$

b- Démontrons que l'ensemble (Γ) des points G lorsque θ décrit \mathbb{R} est une ellipse.

Pour tout θ de \mathbb{R} , posons : $x = 2\cos\theta - 1$ et $y = -4\sin\theta$

$$\Leftrightarrow \cos\theta = \frac{x+1}{2} \text{ et } \sin\theta = \frac{-y}{4}$$

$$\text{On sait que : } \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

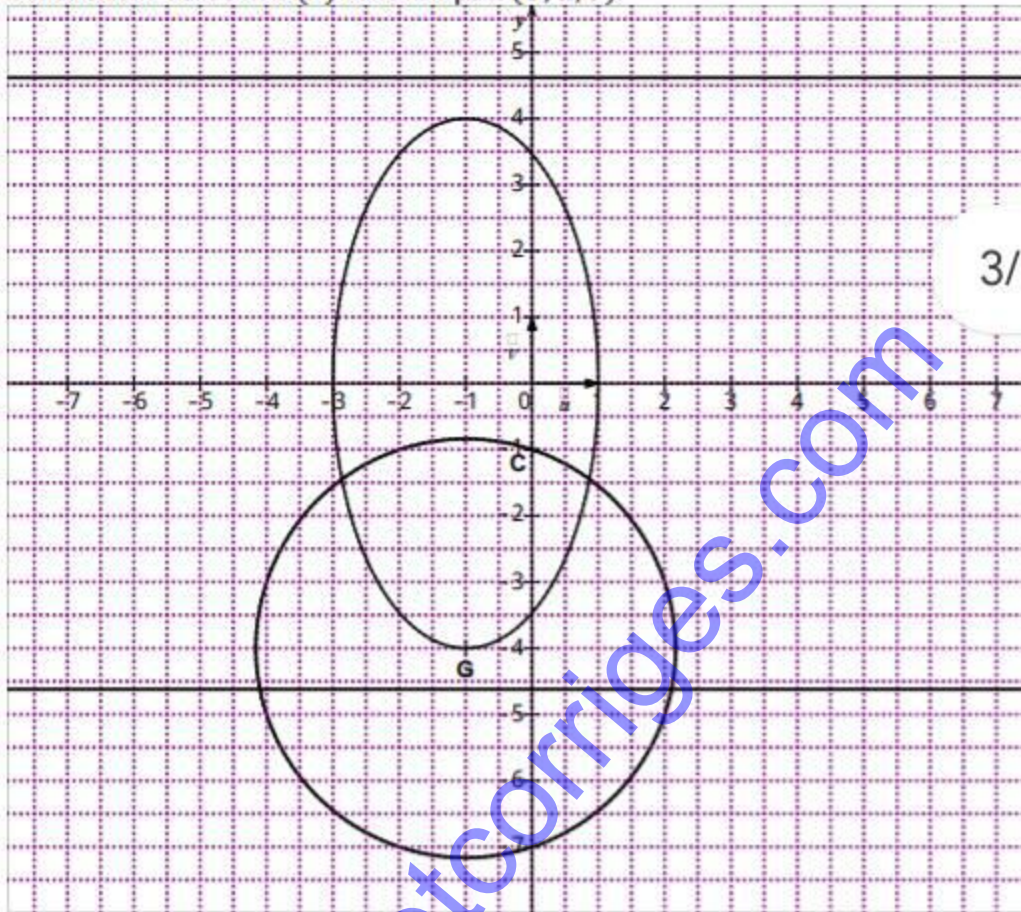
Donc l'ensemble des point G lorsque θ décrit \mathbb{R} est une ellipse.

c- Déterminons dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ les coordonnées du centre, des sommets, les foyers, l'excentricité et les directrices de l'ellipse (Γ) .

- (Γ) est l'ellipse de centre $\Omega(-1; 0)$ et d'axe focal de repère $(\Omega; \vec{v})$
- Les sommets $S_1(-1; 4); S_2(-1; -4); S_3(1; 0)$ et $S_4(-3; 0)$
- Les foyers $F(-1; 2\sqrt{3})$ et $F'(-1; -2\sqrt{3})$
- Excentricité $e = \frac{b}{c} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- Les directrices $(D): y = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ et $(D'): y = -\frac{8\sqrt{3}}{3}$

d- Construisons l'ensemble (Γ) dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.



0,75+0,5

3/10

3- On suppose que $\theta = \frac{\pi}{2}$.

On considère l'ensemble (Σ) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 - 3MC^2 = 6$.

a- Vérifions que $C \in (\Sigma)$.

On a : $CA^2 + CB^2 - 3CC^2 = 2 + 4 = 6$ donc $C \in (\Sigma)$.

b- Déterminons puis construisons (Σ) .

On a : $G = \text{bar}\{(A; 1); (B; 1); (C; -3)\}$ et $C \in (\Sigma)$ donc (Σ) est le cercle de centre G Passant par C.

EXERCICE 5 (4 POINTS)

n désigne un entier naturel non nul. On considère la fonction f_n dérivable sur \mathbb{R} par :

$f_n(x) = \frac{1}{n!} x^n e^{1-x}$. On note par (C_n) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique : 3 cm.

Partie A

1- Calculons $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x)$ et donnons une interprétation graphique du résultat.

On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} \times e = 0$ car $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e = e \end{cases}$

Interprétation graphique : la courbe (C_1) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $+\infty$.

2- Calculons $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_1(x)}{x}$ et donnons une interprétation graphique des résultats

obtenus.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{1-x}$$

$$\text{Posons : } X = 1 - x \Rightarrow x = 1 - X$$

$$\text{Quand : } x \rightarrow -\infty ; X \rightarrow +\infty$$

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = \lim_{X \rightarrow +\infty} (1 - X) e^X = -\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{X \rightarrow +\infty} (1 - X) = -\infty \\ \lim_{X \rightarrow +\infty} e^X = +\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_1(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1-x} = \lim_{X \rightarrow +\infty} e^X = +\infty$$

Interprétation graphique : la courbe (C_1) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ) en $-\infty$.

3- Etudions les variations de f_1 et dressons son tableau de variation.

$$f_1 \text{ est dérivable sur } \mathbb{R} \text{ et on a : } \forall x \in \mathbb{R}, f_1'(x) = (1 - x)e^{1-x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^{1-x} > 0 \text{ donc le signe de } f_1'(x) \text{ est celui de } 1 - x.$$

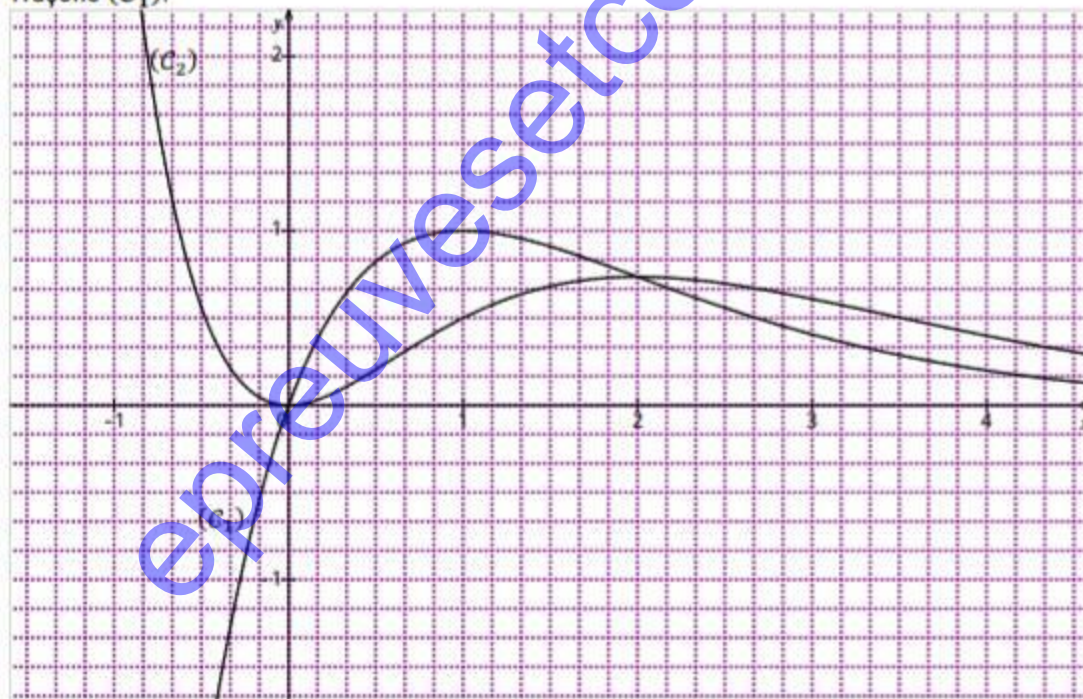
$$\forall x \in]-\infty; 1[, f_1'(x) > 0 \text{ donc } f_1 \text{ est strictement croissante sur }]-\infty; 1[.$$

$$\forall x \in]1; +\infty[, f_1'(x) < 0 \text{ donc } f_1 \text{ est strictement décroissante sur }]1; +\infty[.$$

Tableau de variation de f_1

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f_1'(x)$	+	0	-
$f_1(x)$	$-\infty$	1	0

4- Traçons (C_1) .



Partie B

Dans cette partie, on suppose que $n \geq 2$.

1- Calculons $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ et donnons une interprétation graphique du résultat.

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n!} x^n e^{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e}{n!} \times x^n e^{-x} = 0$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e}{n!} = \frac{e}{n!} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0 \end{cases}$$

Interprétation graphique : la courbe (C_n) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $+\infty$.

2- Calculons suivant la parité de n , la limite de f_n en $-\infty$.

1^{er} cas : n pair

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{n!} x^n \times e^{1-x} = +\infty \text{ Car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{n!} x^n = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1-x} = +\infty \end{cases}$$

2^{ème} cas : n impair

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{n!} x^n \times e^{1-x} = -\infty \text{ Car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{n!} x^n = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{1-x} = +\infty \end{cases}$$

3- a) Démontrons que : $\forall x \in \mathbb{R}, f_n'(x) = \frac{1}{n!} x^{n-1} e^{1-x} (n-x)$.

$$\begin{aligned} f_n \text{ est dérivable sur } \mathbb{R} \text{ et on a : } \forall x \in \mathbb{R}, f_n'(x) &= \left[\frac{1}{n!} x^n e^{1-x} \right]' = \frac{1}{n!} [(x^n)' e^{1-x} + (e^{1-x})' x^n] \\ &= \frac{1}{n!} [n x^{n-1} e^{1-x} - e^{1-x} x^n] = \frac{1}{n!} x^{n-1} e^{1-x} (n-x). \end{aligned}$$

b) Etudions suivant la parité de n , les variations de f_n et dressons son tableau de variation.

$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1}{n!} e^{1-x} > 0$ donc le signe de $f_n'(x)$ est celui de $x^{n-1}(n-x)$

1^{er} cas : n pair

Si n est pair alors $n-1$ est impair donc $\forall x \in \mathbb{R}, x^{n-1}$ et x ont le même signe

n pair

x	$-\infty$	0	n	$+\infty$
x^{n-1}	-	0	+	+
$n-x$	+	0	-	-
$f_n'(x)$	-	0	+	-

$\forall x \in]-\infty; 0[\cup]n; +\infty[; f_n'(x) < 0$ donc f_n est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ et sur $]n; +\infty[$

$\forall x \in]0; n[; f_n'(x) > 0$ donc f_n est strictement croissante sur $]0; n[$

2^{ème} cas : n impair

Si n est impair alors $n-1$ est pair donc $\forall x \in \mathbb{R}, x^{n-1}$ et x^2 ont le même signe

n impair

x	$-\infty$	0	n	$+\infty$
x^{n-1}	+	0	+	+
$n-x$	+	0	-	-
$f_n'(x)$	+	0	+	-

$\forall x \in]-\infty; 0[\cup]0; n[; f_n'(x) > 0$ donc f_n est strictement croissante sur $]-\infty; n[$

$\forall x \in]n; +\infty[; f_n'(x) < 0$ donc f_n est strictement décroissante sur $]n; +\infty[$

n pair

x	$-\infty$	0	n	$+\infty$
$f'_n(x)$	-	0	+	-
$f_n(x)$	$+\infty$	0	$f_n(n)$	0

0,25

n impair

x	$-\infty$	0	n	$+\infty$
$f'_n(x)$	+	0	+	-
$f_n(x)$	$-\infty$		$f_n(n)$	0

0,25

Partie C

- 1- Démontrons que toutes les courbes (C_n) passent par un point fixe dont on déterminera les coordonnées

$$\begin{aligned}
 f_{n+1}(x) = f_n(x) &\Leftrightarrow \frac{1}{(n+1)!} x^{n+1} e^{1-x} = \frac{1}{n!} x^n e^{1-x} \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{(n+1)!} x^{n+1} e^{1-x} - \frac{1}{n!} x^n e^{1-x} = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{n!} x^n e^{1-x} \left(\frac{x}{n+1} - 1 \right) = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^n = 0 \text{ ou } \left(\frac{x}{n+1} - 1 \right) = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = n + 1
 \end{aligned}$$

0,25

Le point d'abscisse $n + 1$ ne convient pas car son abscisse varie en fonction de n .

On a : $f_n(0) = 0$ donc toutes les courbes (C_n) passent par un seul point fixe qui est le point 0.

- 2- Etudions la position relative de (C_2) par rapport à (C_1) .

$$\forall x \in \mathbb{R}, f_2(x) - f_1(x) = x e^{1-x} \left(\frac{1}{2} x - 1 \right)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^{1-x} > 0 \text{ donc le signe } f_2(x) - f_1(x) \text{ est celui de } x \left(\frac{1}{2} x - 1 \right)$$

$$\forall x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[, f_2(x) - f_1(x) > 0 \text{ donc } (C_2) \text{ est au-dessus de } (C_1) \text{ sur }]-\infty; 0[\text{ et sur }]2; +\infty[$$

$$\forall x \in]0; 2[, f_2(x) - f_1(x) < 0 \text{ donc } (C_2) \text{ est au-dessous de } (C_1) \text{ sur }]0; 2[$$

$$\forall x \in \{0; 2\}, f_2(x) - f_1(x) = 0 \text{ donc } (C_2) \text{ et } (C_1) \text{ se coupent aux points d'abscisses } 0 \text{ et } 2$$

0,25

- 3- Traçons la courbe (C_2) dans le même repère que (C_1) .

(voir graphique ci-dessus)

EXERCICE 6 (5 points)

En vue d'aider mon amie ESTHER, je vais utiliser mes connaissances mathématiques sur les leçons

intitulées : « DIVISIBILITE DANS \mathbb{Z} » et « PPCM et PGCD de deux entiers relatifs »

Pour cela, je vais :

- ✓ Déterminer le PGCD(35; 56; 91; 119) ;
- ✓ Déterminer le périmètre du trapèze puis en déduire le nombre de poteaux ;
- ✓ Exprimer tous les montants dans le système décimal ;
- ✓ Nommer par x le nombre de rangées de fil de fer et par y le nombre de jours pour la main d'œuvre ;
- ✓ Résoudre l'équation du type : $ax + by = c$ où a, b et c sont des entiers relatifs ;
- ✓ Conclure.

- Je détermine le PGCD(35; 56; 91; 119) ;

$$PGCD(119; 91; 35; 56) = 7$$

- Je détermine le périmètre du trapèze puis j'en déduis le nombre de poteaux ;

Soit \mathcal{P} ; le périmètre du trapèze et \mathcal{N} : le nombre de poteaux

$$\mathcal{P} = 35 + 56 + 91 + 119 = 301$$

$$\mathcal{N} = \frac{\mathcal{P}}{PGCD(119;91;35;56)} = \frac{301}{7} = 43$$

- J'exprimer tous les montants dans le système décimal ;

$$\overline{AT630}^{11} = 10 \times 11^4 + 11^3 + 6 \times 11^2 + 3 \times 11 = 148\,500$$

$$\overline{53008}^9 = 5 \times 9^4 + 3 \times 9^3 + 8 = 35\,000$$

$$\overline{15\,083B}^{13} = 13^5 + 5 \times 13^4 + 8 \times 13^3 + 3 \times 13 + 11 = 515\,500$$

- Je nomme par x le nombre de rangées de fil de fer et par y le nombre de jours pour la main d'œuvre ;

Soit x le nombre de rangées de fil de fer et y le nombre de jours de travail

- Je résous l'équation du type : $ax + by = c$ où a, b et c sont des entiers relatifs ;
On a : $148\,500x + 35\,000y = 515\,500$

$$(E): 297x + 70y = 1031$$

$PGCD(297; 70) = 1$ donc il existe deux nombres entiers relatifs a et b tels $297a + 70b = 1$

a	297	70	17
b	70	17	2
q	4	4	8
r	17	2	1

$$1 = 17 - 8 \times 2 \qquad 2 = 70 - 4 \times 17 \qquad 17 = 297 - 4 \times 70$$

$$1 = 17 - 8 \times (70 - 4 \times 17)$$

$$1 = -8 \times 70 + 33 \times 17$$

$$1 = -8 \times 70 + 33 \times (297 - 4 \times 70)$$

$$1 = -140 \times 70 + 33 \times 297$$

$$1031 = -140 \times 70 \times 1031 + 33 \times 297 \times 1031$$

$1031 = -144340 \times 70 + 34023 \times 297$ donc $(34023; -144340)$ est une solution particulière de (E)

$$\begin{cases} 34023 \times 297 - 144340 \times 70 = 1031 \\ 297x + 70y = 1031 \end{cases} \Leftrightarrow 297(x - 34023) + 70(y + 144340) = 0$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023)$$

297 ne divise pas 70 donc 297 divise $y + 144340$

il existe alors un entier relatif k tel que $y + 144340 = 297k$

$$y = 297k - 144340$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023) \Leftrightarrow 70k = -x + 34023$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023) \Leftrightarrow x = -70k + 34023$$

Les solutions de (E) sont $S_{\mathbb{Z}^2} = \{(-70k + 34023; 297k - 144340) ; k \in \mathbb{Z}\}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -70k + 34023 > 0 \\ 297k - 144340 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < \frac{34023}{70} \\ k > \frac{144340}{297} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 486,05 \\ k > 485,99 \end{cases} \Leftrightarrow k = 486$$

$$x = -70 \times 486 + 34023 = 3 \text{ et } y = 297 \times 486 - 144340 = 2$$

▪ Conclusion

- o La distance entre deux poteaux est de 7m
- o Le nombre de poteaux nécessaires à la clôture est de 43
- o Le nombre de rangées de fil de fer est de 3
- o Le nombre de jours de mains d'œuvre est de 2

Critères	Indicateurs	Barème et notation
CM1	<p><u>Leçons</u> : « DIVISIBILITE DANS \mathbb{Z} » et « PPCM et PGCD de deux entiers relatifs »</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Déterminer le PGCD(35; 56; 91; 119) ; ✓ Déterminer le périmètre du trapèze puis en déduire le nombre de poteaux ; ✓ Exprimer tous les montants dans le système décimal ; ✓ Nommer par x le nombre de rangées de fil de fer et par y le nombre de jours pour la main d'œuvre ; ✓ Résoudre l'équation du type : $ax + by = c$ où a, b et c sont des entiers relatifs ; ✓ Conclure. 	<p>0,75 2/7 ... 0,25 4 → 5 : 0,5 4 → 6 → 7 : 0,75 : 0</p>
CM2	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Je détermine le PGCD(35; 56; 91; 119) ; $PGCD(119; 91; 35; 56) = 7$ ▪ Je détermine le périmètre du trapèze puis j'en déduis le nombre de poteaux ; Soit \mathcal{P} ; le périmètre du trapèze et \mathcal{N} : le nombre de poteaux $\mathcal{P} = 35 + 56 + 91 + 119 = 301$ $\mathcal{N} = \frac{\mathcal{P}}{PGCD(119; 91; 35; 56)} = \frac{301}{7} = 43$ ▪ J'exprime tous les montants dans le système décimal ; <p>$A1630^{11} = 10 \times 11^4 + 11^3 + 6 \times 11^2 + 3 \times 11 = 148\ 500$</p> <p>$53008^9 = 5 \times 9^4 + 3 \times 9^3 + 8 = 35\ 000$</p> <p>$15\ 083B^{13} = 13^5 + 5 \times 13^4 + 8 \times 13^2 + 3 \times 13 + 11 = 515\ 500$</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Je nomme par x le nombre de rangées de fil de fer et par y le nombre de jours pour la main d'œuvre ; Soit x le nombre de rangées de fil de fer et y le nombre de jours de travail 	<p>2,5 2/5 ... 0,5 3/5 ... 1,5 4 → 5 ... 2,5</p>

- Je résous l'équation du type : $ax + by = c$ où a, b et c sont des entiers relatifs ;
On a : $148\,500x + 35\,000y = 515\,500$

$$(E): 297x + 70y = 1031$$

$PGCD(297; 70) = 1$ donc il existe deux nombres entiers relatifs a et b tels $297a + 70b = 1$

a	297	70	17
b	70	17	2
q	4	4	8
r	17	2	1

$$1 = 17 - 8 \times 2 \qquad 2 = 70 - 4 \times 17 \qquad 17 = 297 - 4 \times 70$$

$$1 = 17 - 8 \times (70 - 4 \times 17)$$

$$1 = -8 \times 70 + 33 \times 17$$

$$1 = -8 \times 70 + 33 \times (297 - 4 \times 70)$$

$$1 = -140 \times 70 + 33 \times 297$$

$$1031 = -140 \times 70 \times 1031 + 33 \times 297 \times 1031$$

$1031 = -144340 \times 70 + 34023 \times 297$ donc $(34023; -144340)$ est une solution particulière de (E)

$$\begin{cases} 34023 \times 297 - 144340 \times 70 = 1031 \\ 297x + 70y = 1031 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 297(x - 34023) + 70(y + 144340) = 0 \end{cases}$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023)$$

297 ne divise pas 70 donc 297 divise $y + 144340$

il existe alors un entier relatif k tel que $y + 144340 = 297k$

$$= 297k - 144340$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023) \Leftrightarrow 70k = -x + 34023$$

$$70(y + 144340) = 297(-x + 34023) \Leftrightarrow x = -70k + 34023$$

Les solutions de (E) sont $S_{\mathbb{Z}^2} = \{(-70k + 34023; 297k - 144340) ; k \in \mathbb{Z}\}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -70k + 34023 > 0 \\ 297k - 144340 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < \frac{34023}{70} \\ k > \frac{144340}{297} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 486,05 \\ k > 485,99 \end{cases} \Leftrightarrow k = 486$$

$$x = -70 \times 486 + 34023 = 3 \text{ et } y = 297 \times 486 - 144340 = 2$$

<u>CM3</u>	<ul style="list-style-type: none"> o La distance entre deux poteaux est de 7m o Le nombre de poteaux nécessaires à la clôture est de 43 o Le nombre de rangées de fil de fer est de 3 o Le nombre de jours de mains d'œuvre est de 2 	<p>1,25 1/4 ... 0,25 2/4 ... 0,75 3 → 4 . 1, 25</p>		
<u>CP</u>	<ul style="list-style-type: none"> - Concision - Originalité - Bonne présentation 	0,5		

epreuvesetcorriges.com

BACCALAUREAT BLANC

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série : C ; Durée : 4 Heures

Coefficient : 5

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3
 Le candidat recevra une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 (2 points)

Dans cet exercice, nous proposons quatre affirmations numérotées de 1 à 4. Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

Exemple : 5 - Faux

N°	Affirmations
1	Le conjugué du nombre complexe $e^{\frac{i\pi}{5}}$ est $e^{-i\frac{\pi}{5}}$
2	Toute suite numérique bornée est convergente.
3	La fonction $F(x) = \ln\left(\frac{e^x+1}{2}\right)$ est la primitive de la fonction $f(x) = \frac{1}{e^x+1}$ qui s'annule en 0.
4	Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K , a et b deux éléments de K tels que $a < b$ s'il existe un nombre réel M de K tel que $\forall x \in [a; b], f'(x) \leq M$, alors $f(b) - f(a) \leq -M(b - a)$.
5	Soient a et b deux nombres entiers naturels non nuls. Si a divise b , alors $PGCD(a; b) = b$.

EXERCICE 2 (2 points)

Dans le tableau ci – dessous, quatre affirmations incomplètes numérotées de 1 à 4 sont données. On propose trois réponses A, B, et C.

Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse permet de compléter une affirmation incomplète pour obtenir une affirmation juste.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne et la lettre correspondant à la réponse pour avoir l'affirmation juste. **Exemple** : 5-C

N°	Affirmations incomplètes	Réponses		
		A	B	C
1	Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace une représentation paramétrique de la droite passant par les points $E(1;0;1)$ et $F(0;1;1)$ est donnée par :	$\begin{cases} x = -t - 1 \\ y = t + 2 \\ z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -t \\ y = t - 1 \\ z = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$
2	PQRH est un carré de centre O. L'ensemble des points M du plan tel que $MP^2 - MQ^2 + MR^2 - MH^2 = 0$ est.....	L'ensemble vide	Le plan (P)	Une droite passant par A
3	a et b sont des nombres réels positifs non nuls. Le nombre réel : $6 \ln\left(a^{-\frac{3}{2}} \times b^{\frac{7}{2}}\right) + 20 \ln\left(\frac{\sqrt{a}}{b}\right)$ est égal à	$\ln a - \ln b$	$\ln(ab)$	$26 \ln\left(\frac{a}{b}\right)$
4	Si p est un nombre premier tel que $p = \overline{a021}^3$ en base 3 avec a un entier naturel non nul, alors l'écriture en base 10 de p est :	7	34	61
5	L'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie : $ z - 1 + i = z + 2i $ est :	La médiatrice de [EF] avec $E(-1 + i), F(2i)$	un cercle	La médiatrice de [EF] avec $E(1 - i), F(-2i)$

EXERCICE 3 (3 points)

n est un entier naturel strictement supérieur à 1. On pose $A = n - 1$ et $B = n^2 - 3n + 6$.

- 1) a) Justifie que le PGCD($A ; B$) est égal au PGCD($A ; 4$).
- b) Détermine suivant les valeurs de n , le PGCD($A ; B$).
- c) Pour quelles valeurs de l'entier *naturel* n , le nombre $\frac{n^2-3n+6}{n-1}$ est un entier relatif ?
- 2) Pour tout couple (x, y) d'entiers naturels, on désigne par μ leur PPCM et δ leur PGCD.
 - a. Détermine les couples d'entiers (x, y) tels que : $5\delta + 3\mu = 41$.
 - b. Résous dans \mathbb{Z}^2 , $5x + 3y = 41$.

EXERCICE 4 (3 points)

On donne l'équation $(E) : z \in \mathbb{C}, z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i$

1. a) Justifie que i est l'unique solution imaginaire pure de l'équation (E) .
- b) Résous dans \mathbb{C} , l'équation (E) .
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(0 ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $i, 2 - i$ et $2+3i$.

On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, 1), (B, 1)$ et $(C, -1)$ et par (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 - MC^2 = -AB^2$.

- a) Détermine l'affixe du point G .
- b) Justifie que le point B appartient à (Γ) .
- c) Détermine, puis construis l'ensemble (Γ) .

EXERCICE 5 (5 points)

Pour tout entier n ($n \geq 1$), on note f_n la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{(\ln x)^n}{x^2}$.

On note (C_n) la courbe représentative de f_n dans un repère orthogonal (O, I, J) .

- 1) a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$. Donne une interprétation graphique de ce résultat.
- b) Détermine suivant la parité de n , les limites de f_n en 0.

- 2) f_n est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

Démontre que pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, $f'_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{(\ln x)^{n-1}(n-2 \ln x)}{x^3}$

- 3) On restreint l'étude de f_n sur $[1 ; +\infty[$.

- a) Étudie les variations de f_n sur $[1 ; +\infty[$.

- b) Calcule $f_n(e^{\frac{n}{2}})$.

- c) Justifie que la valeur maximale de f_n sur $[1 ; +\infty[$ est $y_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{2e}\right)^n$.

- 4) Soit u la suite définie par $u_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{2e}\right)^n$.

- a) Calcule $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$ pour $x \in [1 ; +\infty[$.

- b) Justifie que $u_{n+1} = \frac{1}{2} f_n(e^{\frac{n+1}{2}})$ et que $u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n$.

- c) En déduis que la suite u est décroissante.

- 5) a) Démontre par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \leq \frac{1}{2e^n}$.

- b) En déduis la limite de la suite u .

EXERCICE 6 (5 points)

Cette année, le président de la Société Mathématique de Côte d'Ivoire (SMCI), section Yamoussoukro a décidé de faire de la redynamisation des clubs mathématiques une de ses priorités. Pour cela, une cérémonie de lancement des activités est prévue très prochainement. Au cours de cette cérémonie, une exposition de figures géométriques est à faire. La figure la plus impressionnante sera dotée du Prix Professeur SALIOU Touré, président national de la SMCI. Les élèves des différents établissements de la Direction Régionale de l'Éducation Nationale et de l'Alphabétisation (DRENA) de Yamoussoukro s'activent à participer à cette séance d'exposition avec l'espoir de remporter ce premier prix. L'encadreur du club de mathématiques de votre établissement vous propose de réaliser, dans un repère orthonormé d'unité un centimètre (1 cm), la figure décrite par la relation suivante :

$$x^2 + 4y|y| - 16y - 20 = 0, (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}.$$

Curieux de voir l'effet que pourrait produire cette figure sur le jury, chaque élève de ta classe se propose de la réaliser. A l'aide d'une production argumentée, utilise les outils mathématiques au programme pour réaliser à l'échelle la figure.

MATHÉMATIQUES BAC SERIE C : CORRIGE ET BAREME

Exercice 1 (2 points)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
2 pts	1 - Vrai	0,5
	2 - Faux	0,5
	3 - Faux	0,5
	4 - Faux	0,5

Exercice 2 (2 points)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
2 Pts	1 - A	0,5
	2 - B	0,5
	3 - B	0,5
	4 - C	0,5

Exercice 3 (3 points)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
1. a) 0,25 pt	$\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, B = (n-1)(n-2) + 4$ $B = (n-2)A + 4$ donc $\text{PGCD}(A; B) = \text{PGCD}(A; 4)$	0,25
1. b) 0,75pt	soit $d = \text{PGCD}(A; B)$ comme $\text{PGCD}(A; B) = \text{PGCD}(A; 4)$ alors d divise A et d divise 4 . d divise 4 donc les valeurs possibles de d sont $1; 2$ ou 4 . <ul style="list-style-type: none"> ▪ si n est pair alors A est pair ; or d divise A on conclut que $\text{PGCD}(A; B) = 1$ ▪ si n est impair alors $A = n - 1$ est pair ; on a deux cas : <ul style="list-style-type: none"> 1^{er} cas : $n - 1 \equiv 2[4]$ alors $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}$. Comme A ne divise pas 4 alors $\text{PGCD}(A; B) = 2$, pour $n = 4k + 3, k \in \mathbb{N}$. 2^o cas : $n - 1 \equiv 0[4]$ alors $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$. Comme A divise 4 alors $\text{PGCD}(A; B) = 4$, pour $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ 	0,25 0,25 0,25
1. c) 0,25 pt	$\frac{n^2 - 3n + 6}{n-1} \in \mathbb{Z}$ équivaut à $\frac{B}{A} \in \mathbb{Z}$. A divise B et A divise A donc A divise $B - A(n-2)$; A divise 4 or l'ensemble des diviseurs de 4 est $\{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$; $A = n - 1$ et $n - 1 \in \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$ donc les valeurs de l'entier n sont : $0; 2; 3$ et 5 .	0,25
2) 0,75 pt	on sait que pour $x \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$, $\text{PGCD}(x; y)$ divise x et x divise $\text{PPCM}(x; y)$ donc δ divise μ . On a δ divise 3μ et δ divise 5μ donc δ divise $3\mu + 5\mu$ c'est-à-dire δ divise 41 . 41 étant un nombre premier alors $\delta = 1$ ou $\delta = 41$. si $\delta = 41$ on a $3\mu = 41 - 5\mu = -164$ ce cas est impossible si $\delta = 1$ on a $3\mu = 41 - 5 = 36$ soit $\mu = 12$. on obtient le système suivant : $\begin{cases} \text{PPCM}(x; y) = 12 \\ \text{PGCD}(x; y) = 1 \end{cases}$ comme, $\text{PPCM}(x; y) \times \text{PGCD}(x; y) = xy, (x; y) \in \mathbb{N}^2$. on a donc $\begin{cases} \text{PGCD}(x; y) = 12 \\ xy = 1 \end{cases}$ or dans \mathbb{N} , l'ensemble des diviseurs de 12 est $\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ l'ensemble des solutions dans \mathbb{N}^2 est : $\{(1; 12); (3; 4); (4; 3); (12; 1)\}$	0,25 0,25 0,25

Exercice 3 (suite)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
3.) 1pt	<p>Approche par les congruences soit $(x; y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, une solution de (E) ; on a $5x + 3y = 41$ $5 \equiv -1[3]$ donc $5x \equiv -x[3]$. Nous avons aussi $3x \equiv 0[3]$ $5x \equiv -x[3]$ et $3x \equiv 0[3]$ donc $5x + 3y \equiv -x[3]$ et $41 \equiv -1[3]$ on a alors $x \equiv -1[3]$ ou encore $x \equiv 1[3]$. $x \equiv 1[3]$ donc $x = 3k + 1, k \in \mathbb{Z}$. $3y = 41 - 5x$ et $x = 3k + 1$ donc $3y = -15k + 36$ soit $y = -5k + 12, k \in \mathbb{Z}$ Réciproquement le couple $(3k + 1; -5k + 12)$ est solution de (E). l'ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ est $\{(3k + 1; -5k + 12), k \in \mathbb{Z}\}$</p>	<p>0,25 2/6 0,25 0,25 0,25</p>

Exercice 4 (3 points)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
1.a) 0,5 pt	<p>Posons $p(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i$ soit iy solution imaginaire pure de (E). On a : $p(iy) = 0 \iff (iy)^3 - (4 + 3i)(iy)^2 + (5 + 8i)iy + 4 - 7i = 0$ $\iff \begin{cases} 4y^2 - 8y + 4 = 0 (E_1) \\ -y^3 + 3y^2 + 5y - 7 = 0 (E_2) \end{cases}$ <u>Résolution de (E_1)</u> $4y^2 - 8y + 4 = 0 \iff y^2 - 2y + 1 = 0$ $\iff (y - 1)^2 = 0$ $\iff y = 1$</p> <p>Vérification dans (E_2) On a : $-(1)^3 + 3 \times 1^2 + 5 \times 1 - 7 = -1 + 3 + 5 - 7 = 0$ 1 vérifie les deux équations (E_1) et (E_2). On conclut que i est l'unique solution imaginaire pure de (E).</p>	<p>0,25 0,25</p>
1.b) 1 pt	<p>$p(z)$ est factorisable par $(z - i)$. On obtient $p(z) = (z - i)[z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i]$ à l'aide d'une division euclidienne ou par la méthode des coefficients indéterminés. Résolution de l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0$ on a : $\Delta = -16$ Les solutions de (E') sont : $z_1 = 2 - i; z_2 = 2 + 3i$ Résolution de (E) $p(z) = 0 \iff z = i$ ou $z = 2 - i$ ou $z = 2 + 3i$ $S_E = \{i; 2 - i; 2 + 3i\}$</p>	<p>0,25 0,25+0,25 0,25</p>
2.a) 0,5 pt	<p>$G = \text{bar}\{(A, 1); (B, 1); (C, -1)\}$ $z_G = \frac{z_A + z_B - z_C}{1+1-1} = -i$</p>	<p>0,25 + 0,25</p>
2.b) 0,5 pt	<p>$(\Gamma) : MA^2 + MB^2 - MC^2 = -AB^2$ pour $M = B$, on a : $MA^2 + MB^2 - MC^2 = BA^2 + BB^2 - BC^2$ $AB = z_B - z_A = 2 - 2i = \sqrt{8}$ $BC = z_C - z_B = 4i = 4$ $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 8 - 16$ $MA^2 + MB^2 - MC^2 = -8$ $MA^2 + MB^2 - MC^2 = -AB^2$ donc $B \in ((\Gamma))$.</p>	<p>0,25 0,25</p>

Exercice 4 (suite)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
2.c) 0,5 pt	On a : $1 + 1 - 1 \neq 0$ et $G = \text{bar}\{(A, 1); (B, 1); (C, -1)\}$ d'après la propriété relative à la ligne des niveaux de $M \rightarrow \sum \alpha_i MA_i^2$ avec $\sum \alpha_i \neq 0$, (Γ) est soit $\emptyset, \{G\}$ ou un cercle de centre G . comme $B \in (\Gamma)$ et $B \neq G$ alors (Γ) est le cercle de centre G passant par B . Construction (voir feuille en annexe)	0,25 0,25

Exercice 5 (5 points)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
1.a) 0,75 pt	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{\ln x}{x^n}\right)^n = 0$ car $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0, \alpha > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} x^n = 0 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ donc la droite (OI) d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale à la courbe représentative de f_n en $+\infty$.	0,5 0,25
1.b) 0,5 pt	$\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{n!} \left(\frac{\ln x}{x^n}\right)^n$ on a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$ donc $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x) = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$	0,25 0,25
2. 0,5 pt	$\forall x \forall \epsilon \in]0; +\infty[$, $f'_n(x) = \frac{n \times \frac{1}{x} (\ln x)^{n-1} \times x^2 - 2x (\ln x)^n}{x^4} \times \frac{1}{n!}$ $f'_n(x) = \frac{x(\ln x)^{n-1}(n-2\ln x)}{x^4} \times \frac{1}{n!}$ $f'_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{(\ln x)^{n-1}(n-2\ln x)}{x^3}$	0,5
3.a) 0,5 pt	$\forall x \in]1; +\infty[$, $\ln x > 0$ donc $f'_n(x)$ est du signe de $n - 2\ln x$ $n - 2\ln x = 0$ équivaut à $x = e^{\frac{n}{2}}$; $n - 2\ln x > 0$ équivaut à $x < e^{\frac{n}{2}}$ la fonction f_n est strictement croissante sur $[1; e^{\frac{n}{2}}]$ et strictement décroissante sur $[e^{\frac{n}{2}}; +\infty[$	0,25 0,25
3) b) 0,25 pt	$f_n(e^{\frac{n}{2}}) = \frac{1}{n!} \frac{[\ln(e^{\frac{n}{2}})]^n}{e^{\frac{n}{2}}}$ $f_n(e^{\frac{n}{2}}) = \frac{1}{n!} \frac{[\ln(e^{\frac{n}{2}})]^n}{e^{\frac{n}{2}}}$ $f_n(e^{\frac{n}{2}}) = \frac{1}{n!} \times \left(\frac{n}{2}\right)^n \times \frac{1}{e^{\frac{n}{2}}}$ $f_n(e^{\frac{n}{2}}) = \frac{1}{n!} \times \left(\frac{n}{2e}\right)^n$	0,25
3) c) 0,25 pt	La fonction f_n est croissante sur $[1; e^{\frac{n}{2}}]$ et décroissante sur $[e^{\frac{n}{2}}; +\infty[$ alors $f_n(e^{\frac{n}{2}})$ est le maximum de f_n sur $[1; +\infty[$. ce maximum est $y = \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{2e}\right)^n$	0,25

Exercice5 (suite)

Items	Réponses attendues	Répartition des points
4.a) 0,25 pt	$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{n}{2e} \right)^n$ $\forall x \in [1; +\infty[, \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \frac{(\ln x)^{n+1}}{(\ln x)^n} \times \frac{n!}{n!(n+1)}$ $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \frac{\ln x}{n+1}$	0,25
4.b) 0,75 pt	<p>d'après 4.a),</p> $\frac{f_{n+1}\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)}{f_n\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)} = \frac{\ln\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)}{n+1} = \frac{1}{2} \quad f_{n+1}\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right) = \frac{1}{2} f_n\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)$ $u_{n+1} = \frac{1}{2} f_n\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)$ <p>La fonction f_n est décroissante sur $\left[e^{\frac{n}{2}}; +\infty\right[$, comme $e^{\frac{n}{2}} < e^{\frac{n+1}{2}}$ alors $f_n\left(e^{\frac{n}{2}}\right) > f_n\left(e^{\frac{n+1}{2}}\right)$ cela conduit à $u_{n+1} < \frac{1}{2} u_n$.</p>	0,5 0,25
4.c) 0,5 pt	<p>D'après ce qui $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} < \frac{1}{2} u_n$ or $u_n > 0$ on a donc</p> $\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{1}{2} < 1$ <p>ou encore $u_{n+1} < u_n$ car u est une suite strictement positive. on conclut que la suite u est décroissante.</p>	0,25 0,25
5.a) 0,5 pt	<p>On a $u_1 = \frac{1}{2e}$ ce qui permet de vérifier que $u_1 \leq \frac{1}{2e^1}$</p> <p>considérons $k \in \mathbb{N}^*$ tel que $u_k \leq \frac{1}{2e^k}$;</p> <p>Démontrons que $u_{k+1} \leq \frac{1}{2e^{k+1}}$</p> <p>D'après la question 4.b) $\forall k \in \mathbb{N}^* u_{k+1} < \frac{1}{2} u_k$ or $u_k \leq \frac{1}{2e^k}$ on en déduit que $\frac{1}{e} u_k \leq \frac{1}{2e^{k+1}}$ d'où $u_{k+1} \leq \frac{1}{2e^{k+1}}$</p> <p>conclusion : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \leq \frac{1}{2e^n}$</p>	0,25 0,25
5.b) 0,25 pt	<p>on sait que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, 0 < u_n \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{e}\right)^n$</p> $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^n = 0 \text{ car } \left \frac{1}{e}\right < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 0$	0,25

Exercice6 (5 pts)

CRITERES	REPONSES ATTENDUES
CMI : Pertinence	<p>Pour réaliser le schéma, je vais utiliser les coniques. Pour ce faire, je vais:</p> <ul style="list-style-type: none"> - désigner par (γ), (γ_1) et (γ_2) respectivement les courbes d'équations $x^2 + 4y y - 16y - 20 = 0$, $x^2 + 4y^2 - 16y - 20 = 0$ et $x^2 - 4y^2 - 16y - 20 = 0$. -Justifier que (γ) est la réunion d'une partie de (γ_1) et de (γ_2). -Justifier que (γ_1) est une ellipse dont je préciserai les 4 sommets. -Justifier que (γ_2) est une hyperbole dont je préciserai les 2 sommets et les 2 asymptotes. -Construire (γ).
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<p>(γ) réunion d'une partie de (γ_1) et de (γ_2).</p> <p>$M(x;y) \in (\gamma) \Leftrightarrow x^2 + 4y y - 16y - 20 = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4y^2 - 16y - 20 = 0 (\gamma_1) & \text{si } y \geq 0 \\ x^2 - 4y^2 - 16y - 20 = 0 (\gamma_2) & \text{si } y \leq 0 \end{cases}$ <p>Détermination de l'équation réduite de (γ_1).</p> <p>On a: $x^2 + 4y^2 - 16y - 20 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$</p> <p>Nature de (γ_1).</p> <p>l'équation réduite de (γ_1) est de la forme $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ alors est une ellipse.</p> <p>Éléments caractéristiques particuliers de (γ_1).</p> <p>Centre : $O'(0;2)$</p> <p>Sommets: Dans (O',I,J), on a : $A'(6;0)$; $A(-6;0)$; $B(0;3)$ et $B'(0;-3)$. Dans (O,I,J), on a : $A'(6;2)$; $A(-6;2)$; $B(0,5)$ et $B'(0;-1)$.</p> <p>Détermination de l'équation réduite de (γ_2).</p> <p>On a: $x^2 - 4y^2 - 16y - 20 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$.</p> <p>Nature de (γ_2)</p> <p>l'équation réduite de (γ_2) est de la forme $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ alors est une ellipse.</p> <p>Éléments caractéristiques particuliers de (γ_2)</p> <p>Centre : $O''(0;-2)$</p> <p>Sommets: Dans (O'',I,J), on a : $A_1(2;0)$ et $A_1'(-2;0)$. Dans (O,I,J), on a : $A_1(2;-2)$ et $A_1'(-2;-2)$.</p> <p>Asymptotes: Dans (O'',I,J), on a : $(\Delta): Y = \frac{1}{2}X$ et $(\Delta'): Y = -\frac{1}{2}X$. Dans (O,I,J), on a $(\Delta): y = \frac{1}{2}x - 2$ et $(\Delta'): y = -\frac{1}{2}x - 2$</p> <p>Construction.</p> <p>La courbe (γ) est la réunion de la partie de l'ellipse (γ_1) située au dessus de (OI) et celle de l'hyperbole (γ_2) située au dessous de (OI).</p> <p>Voir feuille annexe.</p>
CM3 : Coherence de la réponse	<ul style="list-style-type: none"> -Le résultat produit est conforme au résultat attendu (équations réduites, éléments caractéristiques et construction exacte). -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche. -La qualité des enchaînements de la démarche.
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> -Propreté de la production (présence des titres des étapes pas de rature et de surcharge). -Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue. -Production juste en peu de mots (esprit de synthèse).

NB: il convient de bien lire les productions des élèves car toute autre solution correcte mérite la totalité des points attribués.

BAREME CRITERIE

Critères	Indicateurs	Notation
CM1 : Pertinence	<p>Pour réaliser le schéma, je vais utiliser les coniques. Pour ce faire, je vais:</p> <ul style="list-style-type: none"> - désigner par (γ), (γ_1) et (γ_2) respectivement les courbes d'équations $x^2 + 4y y - 16y - 20 = 0$, $x^2 + 4y^2 - 16y - 20 = 0$ et $x^2 - 4y^2 - 16y - 20 = 0$. -Justifier que (γ) est la réunion d'une partie de (γ_1) et de (γ_2). -Justifier que (γ_1) est une ellipse dont je préciserai les 4 sommets. -Justifier que (γ_2) est une hyperbole dont je préciserai les 2 sommets et les 2 asymptotes. -Construire (γ). 	<p>0,75 pt</p> <p>2/6→0,25 3/6→0,50 4/6→0,75</p> <p>Règle des 2/3</p>
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Equation correcte de la courbe (γ_1). ✓ Equation correcte de la courbe (γ_2). ✓ Justification correcte de la nature de (γ_1). ✓ Justification correcte de la nature de (γ_2). ✓ Justification correcte de la nature de (γ). ✓ Identification correcte des éléments caractéristiques de (γ_1). ✓ Identification correcte des éléments caractéristiques de (γ_2). ✓ Construction juste de (γ). 	<p>2,5 pt</p> <p>1/8 →0,50 2/8 →1 3/8 →1,50 4/8 →2 5/8 →2,50</p> <p>Règle des 2/3</p>
CM3 : Cohérence de la réponse	<ul style="list-style-type: none"> -Le résultat produit est conforme au résultat attendu (équations réduites, éléments caractéristiques et construction exacte). -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche. -La qualité des enchaînements de la démarche. 	<p>1,25 pt</p> <p>1/3→0,75 2/3→1,25</p>
CP : Critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Propreté de la production (présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge). ✓ -Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue. ✓ -Production juste en peu de mots (esprit de synthèse). 	<p>0,5 pt</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25 pt 2 ind sur 3 → 0,5 pt</p>