PREPA BAC 2025 MATHS SERIE A FICHE 5

EPREUVE : **MATHEMATIQUES**

Cette épreuve comporte trois (3) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
La calculatrice scientifique est autorisée. Chaque élève recevra une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 (5points)

1. Résoudre dans IR, l'équation : $-2x^2 + x + 1 = 0$.

2. Soit le polynôme $P(x) = -2x^3 + 5x^2 - x - 2$.

a. Calculer $P(2)$.

b. Vérifier que, pour tout x élément de IR, $P(x) = (x-2)(-2x^2 + x + 1)$

3. Résoudre dans IR :

a. l'équation $P(x) = 0$

b. l'inéquation $P(x) > 0$

4. Résoudre dans IR :

a. $-2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$

b. $-2(\ln x)^3 + 5(\ln x)^2 - \ln x - 2 > 0$

EXERCICE 2 (5points)

Une urne contient seize boules indiscernables au toucher, dont huit blanches numérotées de 1 à 8, cinq boules noires numérotées de 1 à 5 et trois vertes numérotées de 1 à 3.

On tire simultanément trois boules de l'urne.

Les tirages sont supposés équiprobables.

(***On donnera les résultats sous la forme de fraction irréductible***).

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.

2. Soit A, l'événement : ≪ deux boules et deux seulement sont noires ≫

Justifier que la probabilité de l'événement A est $P(A)=\frac{11}{56}$.

3. On considère les événements suivants :

B : ≪ une boule au moins est blanche≫

C : ≪ les trois numéros sont pairs≫

D : ≪ les trois boules sont de même couleur ≫

E : ≪ les boules sont de même couleur et portent des numéros pairs ≫

Calculer les probabilités P(B), P(C), P(D) et P(E).

4. On suppose que :

- le tirage d'une boule blanche rapporte 2 points (+2)
- le tirage d'une boule noire enlève 1 point (-1)
- le tirage d'une boule verte rapporte 0 point (0)

Soit X la variable aléatoire qui à tout tirage de 3 boules associe le nombre de points obtenus.

a. Justifier que les valeurs prises par X sont : -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; +1 ; +2 ; +3 ; +4 et +6.

b. Reproduire le tableau ci-dessous puis compléter :

x_i	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+6
p_i		$\frac{30}{560}$			$\frac{120}{560}$			$\frac{84}{560}$	

c. Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X) de la variable aléatoire X.

EXERCICE 3 (10points)

PARTIE A

On considère la fonction numérique, définie sur IR-{1} par $f(x)=\frac{-x^2+5x-2}{2x-2}$.

(C) désigne la représentation graphique de f dans le repère orthonormé (O,I,J).

(***unité graphique : 1cm***).

1. a. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 1 par valeurs inférieures et la limite de $f(x)$ quand x tend vers 1 par valeurs par valeurs supérieures. Interpréter le résultat.

b. Calculer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.

2. a Démontrer que : pour tout $x \in IR\text{-}\{1\}$, $f(x)=\frac{-x}{2}+2+\frac{1}{x-1}$

b. Justifier que la droite (Δ) d'équation $y=\frac{-x}{2}+2$ est asymptote à (C).

3. Démontrer que le point $A(1;\frac{3}{2})$ est un centre de symétrie de (C).

4. Justifier que : pour tout $x \in IR\text{-}\{1\}$, $f'(x)=\frac{-1}{2}-\frac{1}{(x-1)^2}$.

5. a Etudier le sens de variation de f.

b. Dresser le tableau de variation de f.

6. a Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2,5	-1	0	2	3,5
$f(x)$ (Arrondi d'ordre 1)					

b. Tracer les asymptotes de (C) dans le repère (O,I,J).

c. Construire (C) dans le même repère.

PARTIE B

On considère la fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par $G(x) = \ln(x-1)$

1. Démontrer que G est une primitive de la fonction $g : x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$

2.Déduire des questions B-1 de la partie B et A-3.a de la partie A une primitive F de la fonction f sur que $]1;+\infty[$.

3. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ en Cm^2 de l'aire de la partie du plan délimitée par (OI) ; (C) et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3{,}5$.