

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Chaque candidat recevra deux (2) feuilles de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1

En 2014, la foire gastronomique d'une commune a enregistré 6000 visiteurs. Une étude montre que chaque année, 80 % des visiteurs de l'année précédente reviennent tandis que 2000 nouveaux visiteurs sont enregistrés. Pour prévoir ses besoins en équipements, la commune envisage de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9000.

On note u_0 le nombre de visiteurs en 2014 et u_n , le nombre de visiteurs en 2014 + n , ($n \in \mathbb{N}$).

- Justifie qu'en 2015 le nombre de visiteurs u_1 est 6800.
- Calcule le nombre de visiteurs en 2016.
- On admet que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = (0,8) \times u_n + 2\,000$.
On pose, pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 10\,000$.
 - Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme - 4 000.
 - Exprime, pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
 - Justifie que, pour tout entier naturel n , $u_n = 10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n$.
- Détermine le plus petit nombre entier naturel n pour lequel $10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n > 9\,000$.
 - Détermine l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9000.

EXERCICE 2

Une association de jeunes d'un village a organisé en avril 2006, la première édition de la manifestation dénommée « le Beach ». Le Beach a lieu chaque année au même mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de participants par année de 2006 à 2013.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang x de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y de participants	160	240	280	320	400	480	560	640

On désigne par X le caractère « rang de l'année » et par Y le caractère « nombre de participants ».

- Représente le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On prendra 1 cm pour une (1) année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 participants sur l'axe des ordonnées.

2. a) Détermine les coordonnées du point moyen G de cette série.
b) Place le point G dans le repère (O, I, J).
- 3- a) Justifie que la variance $V(X)$ du caractère X est égale à 5,25.
b) Démontre que la covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de la série statistique est égale à 352,5.
c) On donne à la variance $V(Y)$ du caractère Y la valeur 23975.
Démontre que le coefficient de corrélation linéaire r est égal à 0,99.
d) Déduis-en qu'un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés est justifié.
4. Démontre qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés est : $y = 67,14x + 82,87$.
5. En admettant que cette évolution se poursuive, détermine l'année à partir de laquelle le nombre de participants dépassera 1000.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 2 cm.

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-x + 2)e^x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.
b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.
2. Justifie que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
3. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
a) Démontre que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = (-x + 1)e^x$.
b) Vérifie que $f'(1) = 0$.
c) Justifie que f est croissante sur $]-\infty, 1[$ et décroissante sur $]1; +\infty[$.
d) Dresse le tableau de variation de f .
4. a) Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	0,1		0,5			2,7		-6,1

- b) Trace la courbe (C) sur l'intervalle $[-4; 2,5]$.
5. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (-x + 3)e^x$.
a) Justifie que, pour tout $x \in]-\infty; 2]$, $f(x) \geq 0$.
b) Justifie que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
c) Calcule, en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 2$.