Fomesoutra.com ça soutra !

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 2
Durée : 2 H
Niveau : Tle-A2
CE. MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2
Seules les calculatrices non graphiques sont autorisées

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivie de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

Nº	Propositions
1.	$\lim\limits_{x \to 100} 2024 = 100$
2.	$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{1}{x-2} = -\infty$
3.	$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{-x^3-2x+1}{x+1}\right) = +\infty$
4.	La dérivée de la fonction $x \mapsto ax^n$, ou $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$ est la fonction $x \mapsto nax^{n-1}$

EXERCICE 2 (3 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci -dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

Par exemple, pour l'énoncé 1, la bonne réponse est la colonne B. Tu écriras 1-B

Nº	Énonces	A	B	C
1.	$\lim\limits_{x \to -\infty} (4x^3)$ est égale à ...	$+\infty$	$-\infty$	4
2.	$\lim\limits_{x \to -4} (2x+3) =$	-5	7	5
3.	La dérivée sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto 5x^2 - 3x + 1$ est la fonction :	$x \mapsto 10x + 1$	$x \mapsto 5x - 3$	$x \mapsto 10x - 3$
4.	Si f est une fonction dérivable en 1 telle que : $f(1) = 1$ et $f'(1) = -2$ alors une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1 est :	$y = -2x - 3$	$y = -2x + 1$	$y = -2x - 1$
5.	Si $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -2$ alors la droite d'équation	$x = -2$ est une asymptote verticale à la courbe de g	$y = -2$ est une asymptote horizontale à la courbe de g en $+\infty$	$y = -2$ est une asymptote oblique à la courbe de g en $+\infty$

EXERCICE 3 **(4 points)**

On considère la fonction polynôme P définie par :$P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

1. Vérifier que : $P(x) = (x + 2)(2x^2 - 3x + 1)$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 3x + 1 = 0$
   b) En déduire tous les zéros du polynôme P

EXERCICE 4 **(6 points)**

On considère la fonction numérique f définie sur $]-\infty\,; 3[$ par : $f(x) = \frac{x^2-3x+9}{x-3}$

On désigne $(\mathcal{C})$ par sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I\,; J\,)$

1. a)Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = -\infty$

   b) Donne une interprétation graphique du résultat précédent

2. Calcule la limite de f en $-\infty$

3. On admet que f est dérivable sur $]-\infty\,; 3]$ et on note f'sa fonction dérivée .

   a) Justifie que pour tout x élément de $]-\infty\,; 3[$, $f'(x) = \frac{x\,(x-6)}{(x-3\,)^2}$

   b) Étudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeur de x

   c) Dresse le tableau de variation de f

EXERCICE 5 **(5 points)**

Ta mère possède une petite unité de fabrication et de vente de produits cosmétiques.
Sa capacité de production, journalière est comprise entre 0 et 600 produits.
Une étude a montré que le coût de fabrication de x produits (x en centaine) est donné par la fonction $\mathcal{C}$ telle que : $\mathcal{C}(x) = x^3 - 12x + 22$, où $\mathcal{C}(x)$ est exprimé en dizaine de milliers de Francs .
En raison de de COVID -19, l'entreprise est en difficulté financière. Ta mère de par son expérience , sait que pour sauver son entreprise , elle doit réduire au maximum son coût de production .
Il lui faut alors connaître le nombre exact de produits à fabriquer par jour, pour que le coût de production soit maximal.
Ne sachant pas comment procéder, elle te sollicité.
A l'aide de tes connaissances mathématiques, apporte une réponse à la préoccupation de ta mère.

CORRIGE	BAREME

EXERCICE 1 **(2 points)**

1. **Faux** ; **2- Vrai** ; **3-Faux** ; **4-Vrai** - - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{4 \times 0,5\ pt}$

EXERCICE 2 **(3points)**

2-A ; **3-C** ; **4-B** , **5-B** - → $\boldsymbol{4 \times 0,75\ pt}$

EXERCICE 3 **(4 points)**

1. **Vérification correcte** de $P(x) = (x+2)(2x^2 - 3x + 1)$. - - - - - - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1\ pts}$

2. a) **Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation :** $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$\Delta = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = 1 \end{cases}$ donc $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{1}{2} \ ; \ 1 \right\}$ - → $\boldsymbol{1,5 pts}$

b) **Déduisons tous les zéros du polynôme**

$P(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{ -2 \ ; \ \frac{1}{2} \ ; \ 1 \right\}$ - - - - - - - - - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1,5 pts}$

EXERCICE 4 **(5 points)**

1. **a)Justifions que :** $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \boldsymbol{f(x)} = -\infty$

$\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \left(\frac{x^2 - 3x + 9}{x - 3}\right) = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} (x^2 - 3x + 9) = 9 \\ \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} (x - 3) = 0 \end{cases}$ - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1\ pt}$

b) **Donnons une interprétation graphique du résultat précédent**

$\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = -\infty$ donc la droite d'équation $x = 3$ est une asymptote verticale à $(\mathcal{C})$ - - - - - → $\boldsymbol{1\ pts}$

2. **Calculons la limite de $\boldsymbol{f}$ en $-\infty$**

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 9}{x - 3}\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x) = -\infty$ - → $\boldsymbol{1\ pt}$

3. **a) Justification correcte**

Pour tout x élément de $]-\infty\,; 3[$, $f'(x) = \frac{x\,(x-6)}{(x-3)^2}$ - - - - - - - - - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1\ pt}$

b) **Étudions le signe de $\boldsymbol{f'(x)}$ suivant les valeur de $\boldsymbol{x}$**

- Pour tout x appartenant à $]-\infty\,; 0[$, $f'(x) > 0$
- Pour tout x appartenant à $]0\,; 3[$, $f'(x) < 0$

d) Dressons le tableau de variation de $\boldsymbol{f}$ - - - - - - - - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1\ pt}$

x	$-\infty$		0		3
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

- - - - - - - - - - - → $\boldsymbol{1\ pt}$

<table>
<tr><th>CORRIGE</th><th>EXERCICE 5 :(5 points)</th><th>BAREME</th></tr>
<tr><th>Critères</th><th>Indicateurs</th><th></th></tr>
<tr><td>CM1

Pertinence</td><td>

Pour apporter une réponse à la préoccupation de ma mère , je vais utiliser les notions de fonction polynômes .
Pour cela, je vais :
Déterminer la fonction dérivée de la fonction $C(x)$
Étudier les signe de $C'(x)$ suivant les valeurs de x
En déduire les variation de C.
Dresser le tableau de variation de C.
Déterminer la valeur x de pour laquelle C est minimal.

</td><td>$(\boldsymbol{1pt})$
$\boldsymbol{1ind/\,6 \to 0,25}$
$\boldsymbol{2ind/\,6 \to 0,5}$
$\boldsymbol{3ind/\,6 \to 0,75}$

à $\boldsymbol{partir\ de}$
$\boldsymbol{4\ ind \ \to\ 1\,pt}$</td></tr>
<tr><td>CM2
Utilisation correcte des outils mathématique</td><td>
<u>Détermination de la fonction dérivée de $C(x)$</u>
- $\forall\, x \in [0\,;600]$, $C'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x-2)(x+2)$
<u>Etude du signe de $C'(x)$</u>
-
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$C'(x)$</td><td>$-$</td><td></td><td>$+$</td></tr>
</table>
- $\forall\, x \in]0\,;2\,[$, $C'(x) < 0$ et $\forall\, x \in]\,2\,;6\,[$, $C'(x) > 0$
<u>Dessuions les variations de C</u>
- C est strictement décroissante sur]0 ; 2 [
- C est strictement croissante sur] 2 ; 6 [
<u>Dressons le tableau de variation de $\boldsymbol{C}$.</u>
-
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$C'(x)$</td><td>$-$</td><td></td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$C\ (x)$</td><td>$\searrow$</td><td>6</td><td>$\nearrow$</td></tr>
</table>
Détermination de la valeur $\boldsymbol{x}$ de pour laquelle $\boldsymbol{C}$ est minimal.
- C est minimal pour $x = 2$
- Le coùt de production journalier est minimal pour $x = 2$ soit 200 produits par jour
</td><td>$(\boldsymbol{2,5pts})$

$\boldsymbol{1ind/\,8 \to 0,5}$
$\boldsymbol{2ind/\,8 \to 1}$
$\boldsymbol{3ind/\,8 \to 1,5}$
$\boldsymbol{4\ ind/\,8 \to 2}$
$\boldsymbol{5ind/8 \to 2,25}$

à $\boldsymbol{partir\ de}$
$\boldsymbol{6\ ind \to\ 2,5\ pts}$</td></tr>
<tr><td>CM3
Cohérence de la réponse</td><td>
- Calcul de la dérivée de $C(x)$
- Etude du signe de $C'(x)$
- Détermination du sens de variation de $C(x)$
- Etude de $C(x)$ sur l’intervalle [0 ; 6] ,
- Donner le résultat en centaine
</td><td>$(\boldsymbol{1pt})$
$\boldsymbol{1ind/\,5 \to 0,25}$
$\boldsymbol{2ind/\,5 \to 0,5}$
$\boldsymbol{3\ ind\ /5 \to 0,75}$
à $\boldsymbol{partir\ de}$
$\boldsymbol{4\ ind\ \to\ 1\ pt}$</td></tr>
<tr><td>CP
Critère de perfection-nement</td><td>
- Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge
- Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue
- Production juste en peu de mots (esprit de synthèse)
</td><td>$(\boldsymbol{0,5\ pt})$
$\boldsymbol{1ind/\,1 \to 0,25}$
$\boldsymbol{2ind/\,5 \to 0,5}$
à $\boldsymbol{partir\ de}$
$\boldsymbol{2ind\ \to\ 0,5\ pt}$</td></tr>
</table>