WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025

DERNIER VIRAGE

EXERCICE 1

1. On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$.

   a) Justifie que $2i$ est une solution de (E).
   b) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = (z-2i)[z^2 + (1+3i)z - 4]$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$.
   d) Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.
   On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-3i$; $1-i$; $2i$ et $-2-2i$.
   a) Place les points A, B, C et D sur votre feuille de copie.
   b) Démontre que le triangle BAD est rectangle et isocèle en A.

3. Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = (1+i)z - 2 + 2i$.
   b) Démontre que S(B) = C.
   c) Détermine l'image du triangle BAD par la similitude S.

EXERCICE 2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.
A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}$; $1+i$; $1-i$; $3+i$ et 1.

1. Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.

2. Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1+i)z + 1 - 3i$.
   a) Justifie que : S(D) = D et S(B) = C.
   b) Détermine les éléments caractéristiques de S.
   c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

EXERCICE 3

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteints de la Covid-19.
0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteints de la Covid-19.

1. On prend une personne au hasard et on donne les événements suivants :
S " la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans " ;
C " le personne est atteinte de la Covid-19 " .
   a. Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.
   b. Donne la probabilité $P_S(C)$ des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.

   c. Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.
2. Justifie que la probabilité de l'événement C est : 0,1807.
3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbf{N}^*\{1$).
   a. Justifie que : $\forall\ n \in \mathbf{N}^*\{1,\ P_n = 1 - (0,8193)^n$.
   b. Détermine le nombre minimal de personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99 %.

EXERCICE 4

On donne la fonction numérique f définie sur $[0\ ;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{5x+2}{4x+7}$.
(C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall\ n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1. Sur la feuille annexe à rendre avec la copie, construis à l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$, les quatre premiers termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.

2. On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur $]0\ ;+\infty[$.
a) Démontre par récurrence que : $\forall\ n \in \mathbb{N}, u_n > \frac{1}{2}$.
b) Démontre que : $\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - u_n = \frac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$.
c) Déduis de 2.*a*) et 2.*b*) que la suite (u_n) est décroissante.

3. *a*) Déduis de 2.*a*) et 2.*c*) que la suite (u_n) est convergente.
b) Justifie que la limite de la suite (u_n) est égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE 5

On se propose de chercher la fonction f, dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = -4x - 4$ telle que $f(0) = 1$, puis de déterminer une valeur approchée de l'équation $x \in [0\ ;+\infty[,\ f(x) = -1$.

1. Démontre que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 2x + 3$ est une solution de (E).

2. Soit l'équation différentielle (E') : $y' - 2y = 0$.
Détermine les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E').

3. Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
a) Démontre que g est solution de (E) si et seulement si $g - h$ est une solution de (E').
b) Déduis des questions précédentes les solutions de (E).
c) Justifie que la fonction f cherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2e^{2x} + 2x + 3$.

4. *a*) Justifie que f est strictement décroissante sur $[0\ ;+\infty[$.
b) Démontrer que l'équation $x \in [0\ ;+\infty[, f(x) = -1$, admet une solution unique α telle que : $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$.