

Première partie : Évaluation des ressources

Proposé par Prof TONI (54368180) Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes.

I – Questions à choix multiples (QCM) : 06 points

Pour les cinq (05) questions du 1), reproduis le tableau suivant et complète par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre correspondant à la bonne réponse						

- Soient x et y deux réels positifs. Sachant que $0,2 \leq x \leq 5$ et $1,02 \leq y \leq 2,05$. Quel est le bon encadrement du produit $x \cdot y$? **(1pt)**
 - $1,22 \leq xy \leq 7,05$
 - $20,4 \leq xy \leq 12,5$
 - $0,204 \leq xy \leq 10,25$
 - $0,82 \leq xy \leq 2,95$
- On considère les applications f, g, h et k définies par $f(x) = -2x + 3$; $g(x) = 5$; $h(x) = 8x$ et $k(x) = |1 - x| + 15x - 7$. Laquelle de ces expressions est celle d'une application linéaire? **(1pt)**
 - $f(x)$
 - $g(x)$
 - $h(x)$
 - $k(x)$
- Soit h la fonction rationnelle définie par $h(x) = \frac{-x+2}{3x+1}$. Quelle est l'image $h(0)$ du réel 0 par h ? **(1pt)**
 - $\frac{1}{8}$
 - 2
 - $\frac{9}{2}$
 - $\frac{2}{4}$
- Dans un repère orthonormé du plan, on donne les points $K(2; 5)$ et $U(7; 3)$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{UK}$? **(1pt)**
 - $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$
 - $\begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix}$
- Soit DEF un triangle rectangle en E tel que $\sin(\widehat{EDF}) = \frac{1}{2}$ et $DF = 4$ cm. Quelle est la longueur du côté $[EF]$? **(1pt)**

I – Questions à choix multiples (QCM) : 06 pts

Pour les six (06) questions du I), reproduis le tableau suivant et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre de la bonne réponse						

- Quelle est la forme factorisée du polynôme $9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2$?
 - $(9x + \sqrt{2})^2$
 - $(3x + 2)^2$
 - $(3x^2 + \sqrt{2})^2$
 - $(3x + \sqrt{2})^2$
- Soit la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)}$. Pour tout x appartenant à l'ensemble de définition D_f , quelle est la forme simplifiée de $f(x)$?

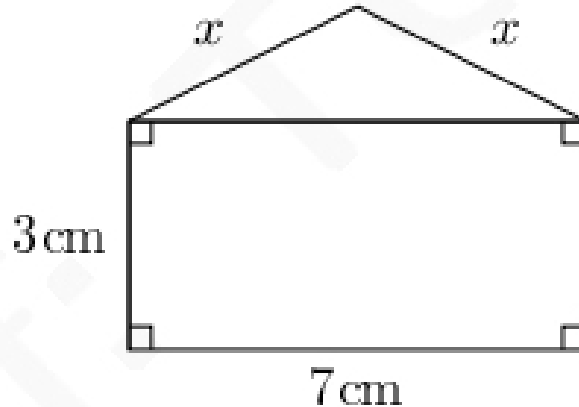
$$(a) f(x) = \frac{3x}{x-2}$$

$$(b) f(x) = \frac{3x}{2x-3}$$

$$(c) f(x) = \frac{x}{2x-3}$$

$$(d) f(x) = \frac{3x-6}{2x-3}$$

3. On considère la figure ci-dessous :



Quelle équation permet de trouver la valeur de x pour laquelle le triangle BCE a le même périmètre que le rectangle ABCD ?

$$(a) 2x + 7 = 10$$

$$(b) 2x + 7 = 20$$

$$(c) 2x + 3 = 20$$

$$(d) x + x + 3 = 10$$

4. Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle de centre O tel que $\widehat{OAC} = 55^\circ$. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?

$$(a) 55^\circ$$

$$(b) 110^\circ$$

$$(c) 35^\circ$$

$$(d) 45^\circ$$

5. Dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points : $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$ et $C(-1; y)$ où $y \in \mathbb{R}$. Quelle doit être la valeur de y pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient orthogonaux ?

$$(a) y = -2$$

$$(b) y = 4$$

$$(c) y = -3$$

$$(d) y = 3$$

6. Quelle est l'écriture sans radical au dénominateur de $b = \frac{1}{3\sqrt{2}+4}$?

$$(a) \frac{3\sqrt{2}+4}{2}$$

$$(b) \frac{3\sqrt{2}-4}{2}$$

$$(c) 3\sqrt{2}-4$$

$$(d) \frac{3\sqrt{2}-4}{34}$$

I – Questions à choix multiples (QCM) : 06 pts

Pour les (06) questions du I), reproduis le tableau suivant et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre de la bonne réponse						

1. Soit l'inéquation $x + \frac{1}{2} < \frac{5}{6}$. L'ensemble des solutions de cette inéquation est :

- (a) $] \frac{1}{3}; +\infty[$ (c) $] -\infty; \frac{1}{3}[$
 (b) $] -\infty; \frac{4}{3}[$ (d) $] \frac{4}{3}; +\infty[$

2. Soit la fonction rationnelle f définie de $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{-x+1}{2x}$. L'image de $\sqrt{5}$ par f est :

- (a) $\frac{-5-\sqrt{5}}{10}$ (c) $\frac{\sqrt{5}-5}{10}$
 (b) $\frac{\sqrt{5}+5}{10}$ (d) $\frac{-5+\sqrt{5}}{5}$

3. Soit la droite $(D_1) : y = -\frac{1}{2}x + 3$. Une équation de la droite (D_2) perpendiculaire à (D_1) et passant par l'origine du repère est :

- (a) $y = -\frac{1}{2}x$ (b) $y = \frac{1}{2}x$ (c) $y = -2x$ (d) $y = 2x$

4. Dans un repère cartésien $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les vecteurs suivants :

$$\vec{u} = 3\vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j} ; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -5/2 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad \vec{w} = \vec{u} + \vec{v}.$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{w}$?

- (a) $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/4 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1/2 \\ -7/4 \end{pmatrix}$
 (b) $\vec{w} = \begin{pmatrix} 11/2 \\ -7/4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 11/2 \\ 1/4 \end{pmatrix}$

5. Parmi les couples de réels suivants, deux couples sont solutions de cette inéquation :

- (a) $(0; -3)$ (c) $(\frac{5}{2}; 1)$ (d) $(4; -3)$
 (b) $(2; 5)$ (e) $(-1; 4)$

6. Lors d'une course de vitesse (100 mètres), les temps enregistrés pour 10 élèves sont :
 14; 11,5; 15,5; 13; 12; 15,6; 11,8; 13,2; 14,4; 14.

Quelle est la moyenne de cette série statistique ?

- (a) 14,0s (b) 14,4s (c) 15,2s (d) 13,8s

I. Pour les cinq (05) questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Lettre correspondant à la bonne réponse					

1° Soit E l'ensemble des réels x tels que $-\frac{2}{3} > x$.

Laquelle des égalités suivantes est vraie ? (1 pt)

- (a) $E = \left[-\frac{2}{3}; +\infty[\right.$ (c) $E = \left] -\frac{2}{3}; +\infty[\right.$
 (b) $E = \left] -\infty; -\frac{2}{3} \right[$ (d) $E = \left] -\infty; -\frac{2}{3} \right[$

2° Soit f une application linéaire telle que $f(\sqrt{2}) = 2$.

Quelle est l'expression de $f(x)$ de f ? (1 pt)

- (a) $2x$ (b) $\sqrt{2} \cdot x$ (c) $2\sqrt{2} \cdot x$ (d) $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x$

3° PQR est un triangle rectangle en Q tel que $PQ = 4$ cm et $\tan(\widehat{PRQ}) = \sqrt{3}$. Quelle est la mesure en cm du côté $[QR]$? (1 pt)

- (a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (d) $4\sqrt{3}$

4° Soit le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $2 \cdot \vec{u}$? (1 pt)

- (a) $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 6 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$

5° Quelle est la forme factorisée du polynôme $9x^2 + 6\sqrt{2} \cdot x + 2$? (1 pt)

- (a) $(9x + \sqrt{2})^2$ (c) $(3x^2 + \sqrt{2})^2$
(b) $(3x + 2)^2$ (d) $(3x + \sqrt{2})^2$

I- Questions à choix multiples (QCM) : 06 pts

Pour les (06) questions du I), reproduis le tableau suivant et complète-le par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	1	2	3	4	5	6
Lettre de la bonne réponse						

- Soit $A = \sqrt{125} - 2\sqrt{45} + 6\sqrt{5}$. Sous la forme $k\sqrt{5}$, A est égale à :
a) $3\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $7\sqrt{5}$ d) $11\sqrt{5}$
- Équation de la droite passant par $M(1; -3)$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$:
a) $5x - 2y - 11 = 0$ b) $2x + 5y + 13 = 0$ c) $5x + 2y + 1 = 0$ d) $-5x + 2y + 11 = 0$
- La forme factorisée de $E(x) = 64x^2 - 48x + 9$ est :
a) $(8x + 3)^2$ b) $(8x - 3)^2$ c) $(8x - 3)(8x + 3)$ d) $(3x - 8)^2$
- Dans ABC rectangle en B , $BC = 8$ cm et $\cos(\hat{C}) = 0,8$. La longueur AC est :
a) 6,4 cm b) 10 cm c) 12 cm d) 7,2 cm
- Les droites $(d) : y = -3x + 4$ et $(d') : 6x + 2y - 1 = 0$ sont :
a) Perpendiculaires b) Parallèles c) Sécantes d) Confondues
- L'ensemble des solutions de l'équation $(2x - 5)^2 - (2x - 5)(3x + 1) = 0$ est :
a) $\{\frac{5}{2}; -6\}$ b) $\{\frac{5}{2}; 6\}$ c) $\{-\frac{5}{2}; -6\}$ d) $\{\frac{5}{2}; 4\}$

Partie 1

- Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tel que :
 $-\frac{3}{2} \leq x < 2$. (0,5pt)
- Représenter l'ensemble des nombres réels x sur une droite graduée tel que :
 $x \in [-3; 2, 5[$. (0,5pt)
- Soit x un nombre réel tel que : $1,125 \leq x \leq 1,126$.
Donner un encadrement de $-3x + 2$ à 10^{-2} près. (1pt)

4. Écrire l'expression suivante sans son symbole de valeur absolue :
 $A = |-3x + 5|$ (1pt)
5. Soit le réel x tel que : $-1,05 < x < 5,0158$.
 Trouver deux valeurs possibles de x . (0,5pt)
6. Considérons l'encadrement suivant : $0 \leq -\frac{x}{2} + 3 \leq \frac{1}{2}$.
 Donner un encadrement de x . (1pt)
7. Traduire les ensembles suivants sous forme d'inégalité.
 $x \in]-\infty; -1]$; $x \in [-\frac{1}{2}; 3[$. (1pt)
8. Soit deux points A et B distincts du plan.
 Placer le point M tel que $\overrightarrow{AM} = -\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$. (0,5pt)
 Que peut-on dire des points A , B et M ? (0,5pt)
9. Considérons les points $A(x)$ et $B(\frac{3}{2})$ sur une droite graduée.
 (a) Exprimer la distance AB en fonction de x . (0,5pt)
 (b) Soit $AB = 2$. Quelles seront les valeurs possibles de l'abscisse du point A ? (1pt)

Partie 2 : Dans cette partie toutes les questions sont indépendantes

1. Écrire la lettre correspondant à la bonne réponse. (0,5pt)
 Le nombre réel -9 est une solution de l'inéquation :
 a) $x < -9$ b) $2x - 2 > \sqrt{3}$ c) $4x + 3 \geq 0$ d) $8 + 2x < -2x + 9$
2. En utilisant une identité remarquable convenable, factoriser le polynôme
 $Q(x) = (x + 5)^2 - (2x - 3)^2$ en produit de facteurs du premier degré. (1pt)
3. Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}$.
 (a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . (1pt)
 (b) Simplifier $f(x)$ pour tout $x \in D_f$. (0,5pt)
4. On donne $A(x) = |7x - 4| - 2x + 3$.
 Écrire $A(x)$ sans le symbole de la valeur absolue. (1,5pt)
5. Résoudre par substitution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant : $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$ (1,25pt)
6. Soit f l'application affine définie par $f(x) = -5x + 3$.
 Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 1cm). (0,75pt)
7. Soit ABC un triangle tel que $AB = 6\sqrt{3}$; $BC = 12$ et $AC = 6$.
 Démontrer que le triangle ABC est rectangle. (1,25pt)
8. Dans la figure ci-dessous, SHT est un triangle rectangle en H . On donne $ST = 5$; la mesure de l'angle $\widehat{STH}$ est 30° et $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.
 Calculons la distance SH . (0,5pt)
NB : Ne pas reproduire la figure
9. Le plan est muni d'un repère cartésien. Soit (T) la droite d'équation $2x - y + 7 = 0$.
 Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point $A(3; -4)$ et parallèle à la droite (T) . (0,75pt)
10. $ABCDEFGH$ est un cube d'arête a et I est le milieu du segment $[AE]$.
 (voir figure qu'on ne reproduira pas)
 (a) Donner la nature du triangle ABI . (0,25pt)
 (b) Calculer la distance BI . (0,75pt)

Partie 3

1. Soit l'application affine f définie par $f(x) = \frac{3}{2}x - 3$.

(a) Donner le sens de variation de f . (0,5pt)

(b) Calculer l'image de -2 par f . (0,5pt)

2. On considère la fonction polynôme f définie par :

$$f(x) = (2x - 1) - (1 - 3x) - 2x(3x - 1)$$

Factoriser $f(x)$. (0,5pt)

3. Soit un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 3$ cm et $BC = 6$ cm.

(a) Calculer AC . (1 pt)

(b) Calculer $\cos(\widehat{B})$. (1 pt)

4. Parmi les couples suivants, choisissez celui qui est solution de l'équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $-y + 2x + 4 = 0$. (0,5pt)

a. (0; 4)

b. (0; 2)

c. (4; 0)

d. (2; 0)

5. Résoudre par identification, le système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivant :

$$(A) \begin{cases} x - y + 6 = 0 \\ y = -3x + 2 \end{cases} \quad (2 \text{ pts})$$

6. Dans un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère : $\vec{BO} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$.

Quelles sont les coordonnées du point B ? (0,5pt)

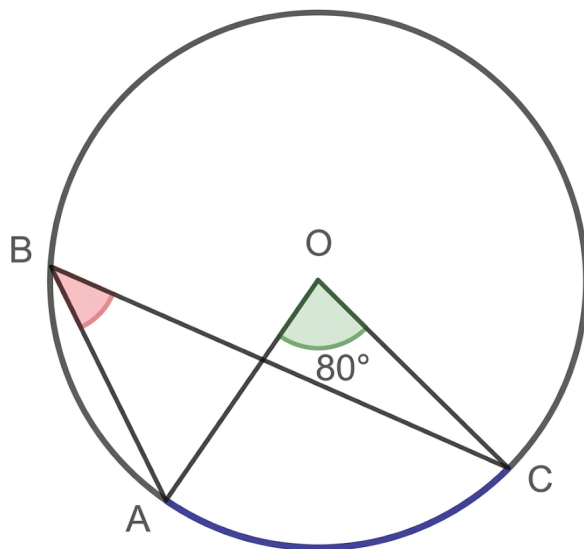
7. Soit la droite (D) d'équation cartésienne $(D) : -x + 3y - 5 = 0$.

(a) Déterminer l'équation réduite de la droite (D) . (0,5pt)

(b) En déduire la valeur du coefficient directeur de (D) . (0,5pt)

8. Soit $A = 3 - 2\sqrt{2}$. Quel est le signe du réel A ? (0,5pt)

9. Soit la figure ci-contre :



Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{B}$? Justifier. (1 pt)

Exercice 3

Les notes obtenues par les élèves d'une classe lors d'un devoir de mathématiques sont :

6	4	8	9	10	9	8	11	12	13	13	13	13
13	11	12	12	14	15	16	14	11	11	14	13	

1- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Notes	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[
Effectifs				

2- Calculer la moyenne des notes en utilisant les centres des classes.

3- Construire l'histogramme des effectifs de la série statistique obtenue à la question 1.

Échelle : $\begin{cases} \text{Axe des abscisses : 1 cm pour 4 points} \\ \text{Axe des ordonnées : 1 cm pour 1 élève} \end{cases}$

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm, on considère les points $A(-2; 6)$, $B(1; 1)$ et $C(-4; -2)$.

1- Placer les points A , B et C .

2-

- Calculer les distances AB et BC .
- Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont orthogonaux.
- En déduire la nature exacte du triangle ABC .

3- On note $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC .

- Déterminer les coordonnées du centre H du cercle $(\mathcal{C})$.
- Construire le cercle $(\mathcal{C})$.

4- Soit $E(0; y)$ le point d'intersection de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées. Déterminer la valeur exacte de y .

Problème gradué (04 pts)

On a relevé les tailles en cm des 25 élèves d'une classe de troisième et on a obtenu la série suivante :
165; 145; 150; 150; 166; 165; 160; 158; 162; 165; 158; 165; 162; 154; 158; 160; 162; 154; 165; 160; 160;
158; 154; 158; 160.

1-

- a) Recopie et complète le tableau suivant :

Taille (en cm)	145	150	154	158	160	162	165	166
Effectifs								
Pourcentages								

- b) Calcule la taille moyenne.

2-

a) On répartit les tailles en trois classes selon le tableau suivant. Recopie et complète ce tableau :

Classes	[145; 153[	[153; 161[	[161; 169[
Centre des classes			
Effectifs			

- b) Représente l'histogramme des effectifs.
c) Détermine la classe modale.
d) Calcule la taille moyenne.
-

Deuxième partie : (10pts)

Exercice 1 (7 pts)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(1; 1)$; $B(5; 0)$; $C(7; -2)$ et $D(2; 5)$.

- 1°) a) Placer les points A , B , C et D dans le repère. (1 pt)
b) Calculer les distances AB , AC et AD . (1,5 pts)
c) Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$ sont orthogonaux. (1 pt)
d) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier. (1 pt)
2°) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (BD) . (1 pt)
3°) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABD .
a) Calculer le rayon de $(\mathcal{C})$ puis déterminer les coordonnées de son centre I . (1 pt)
b) Construire $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (0,5 pt)
-

Exercice 2 (3 pts)

Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)}$.

- 1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . (0,5 pt)
2°) Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \frac{3x}{2x-3}$. (0,5 pt)
3°) Déterminer les images par f des réels suivants : 0 ; $\frac{1}{2}$; 2 . (1,5 pts)
4°) Déterminer l'antécédent de -6 par f . (0,5 pt)
-

Exercice 1 (6pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité le centimètre.

- 1) Placer les points $A(-4; 1)$, $B(3; 0)$ et $C(0; -3)$. (1pt)
2) a) Calculer les distances AB , AC et BC . (1,5pts)
b) En déduire que le triangle ABC est rectangle en C . (1pt)
3) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle ABC .
a) Déterminer les coordonnées du centre I de $(\mathcal{C})$. (0,5pt)
b) Déterminer une équation de la tangente (T) au cercle $(\mathcal{C})$ en C . (1pt)
c) Construire $(\mathcal{C})$ et (T) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (1pt)
-

EXERCICE 2 (4pts)

On considère la fonction rationnelle Q définie par $Q(x) = \frac{(1-2x)(2-x)}{(1+x)(4x-2)}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_Q de Q . **(1pt)**
- 2) Montrer que $Q(x) = \frac{x-2}{2(x+1)}$ pour tout réel x de D_Q . **(1pt)**
- 3) a) Calculer $Q(\sqrt{2})$ et rendre rationnel le dénominateur. **(1pt)**
b) Donner un encadrement de $Q(\sqrt{2})$ à 10^{-2} près. **(1pt)**
On donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.